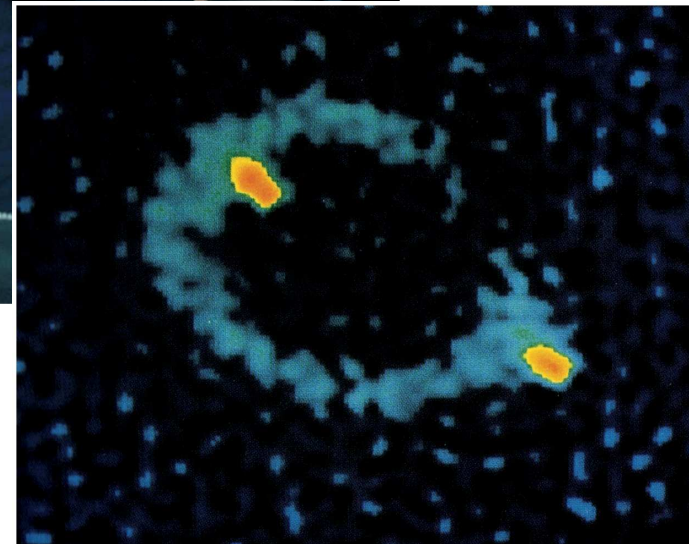


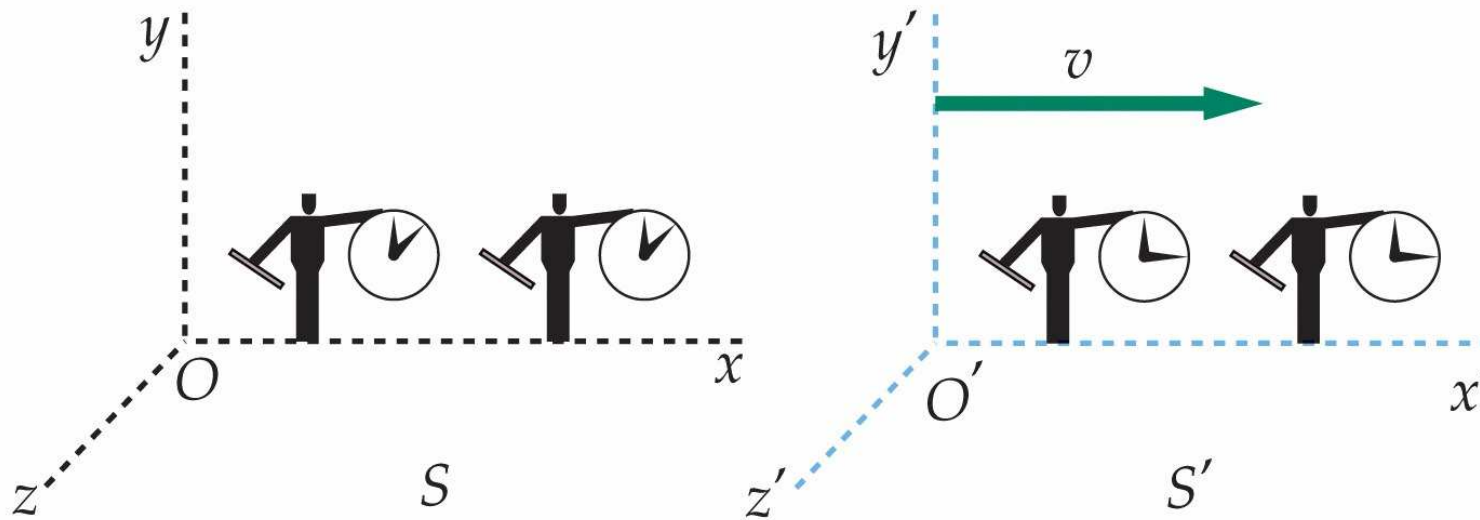
Relativität



Principis de la relativitat especial

Relativitat especial: relacions entre sistemes inercials

Sistemes **no** accelerats



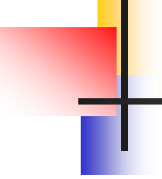


Idees d'abans d'Einstein

Principi càssic de relativitat Newtoniana

No es pot detectar el moviment absolut.

La hipòtesi de l'éter !?!



Els postulats d'Einstein

I. No es pot detectar el moviment absolut i uniforme.

II. La velocitat de la llum és independent del moviment de la font.

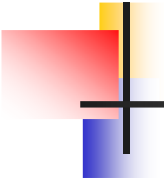
Semblances

I principi Newtonià

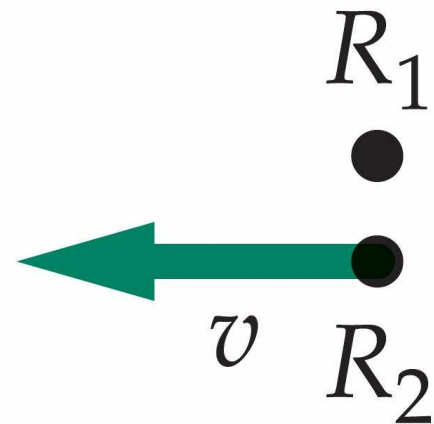
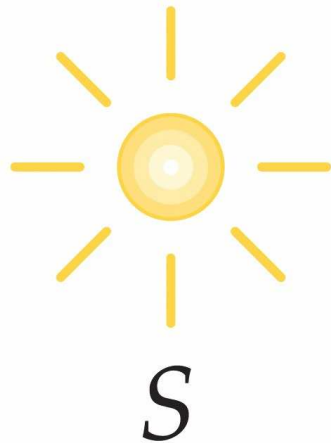
II comportament ondulatori

II(b). La velocitat de la llum és c a qualsevol sistema de referència inercial.

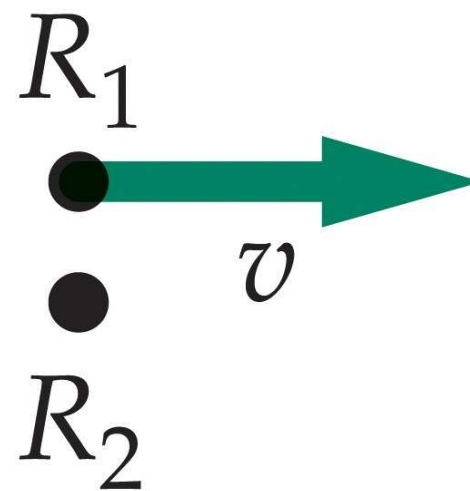
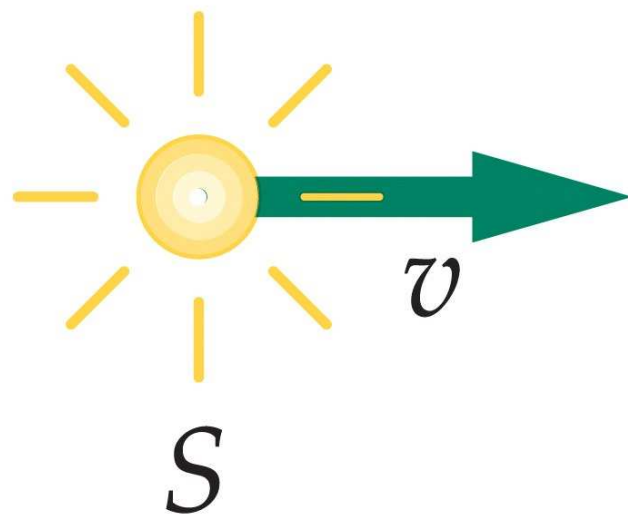
Són consistents amb els experiments



R_1 i S en repòs



R_2 en repòs



La transformació de Lorentz

Abans, però

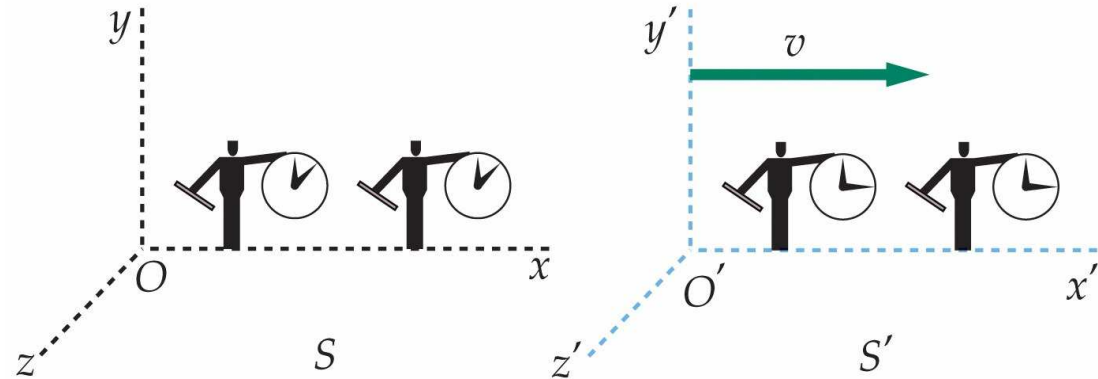
Galileo

$$x = x' + vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$



Transformació de Galileo inversa

Velocitats

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v$$

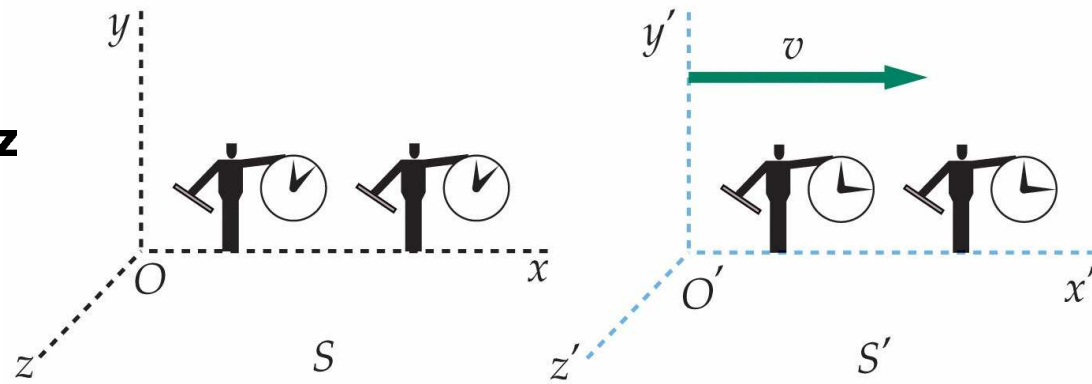
Acceleracions

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}$$

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

La transformació de Galileo no és consistent amb els postulats d'Einstein ni amb els experiments

Transformació de Lorentz



Hipòtesi:

$$x = \gamma (x' + vt')$$

Factor a determinar amb els postulats

inversa $x' = \gamma (x - vt)$

Front de llum

$$x = ct$$

$$x' = ct'$$

$$\left. \begin{aligned} ct &= \gamma (ct' + vt') = \gamma (c + v)t' \\ ct' &= \gamma (ct - vt) = \gamma (c - v)t \end{aligned} \right\} c = \frac{\gamma^2}{c} (c^2 - v^2)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

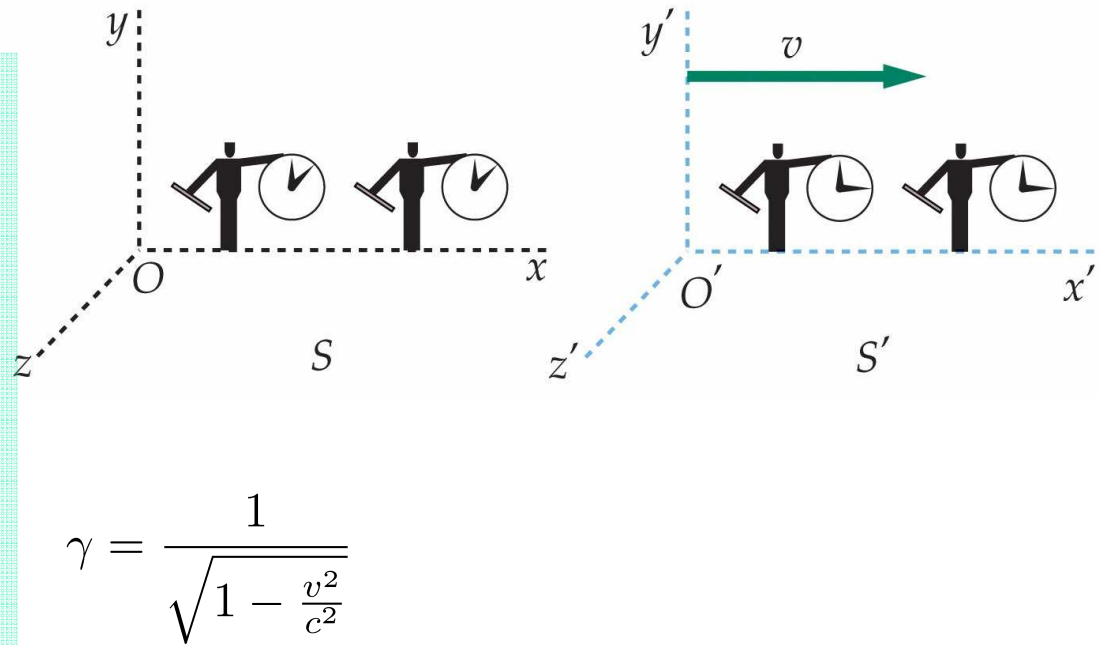
Lorentz

$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$y = y'$$

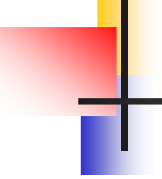
$$z = z'$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right)$$



Transformació de Lorentz inversa

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x' & = & \gamma (x - vt) \\ y' & = & y \\ z' & = & z \\ t' & = & \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \end{array} \right.$$



Dilatació del temps

Dos successos a x'_0 de S'

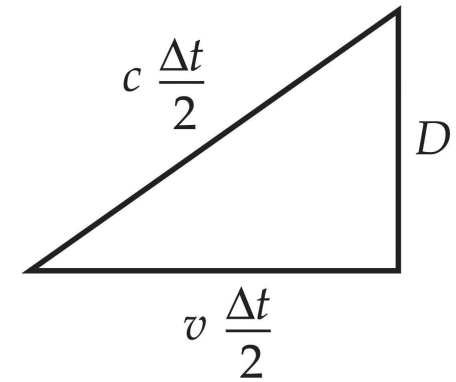
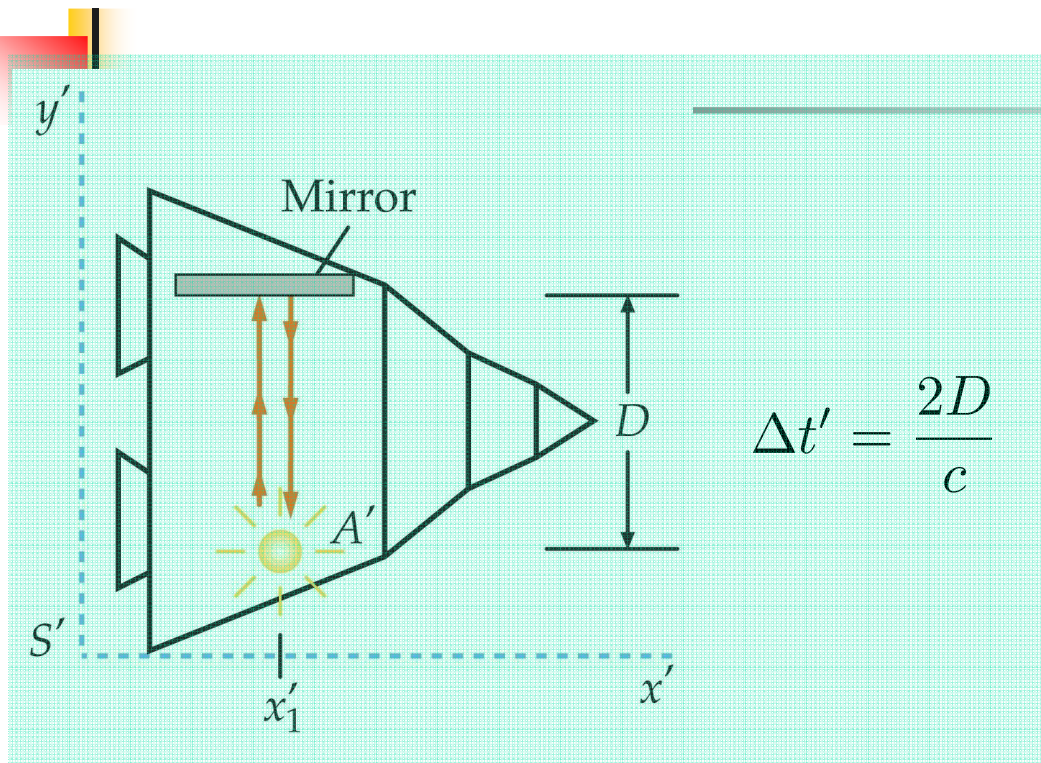
$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = \gamma \left(t'_1 + \frac{vx'_0}{c^2} \right) \\ t_2 = \gamma \left(t'_2 + \frac{vx'_0}{c^2} \right) \end{array} \right.$$

$$t_2 - t_1 = \gamma (t'_2 - t'_1)$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p$$

temps propi

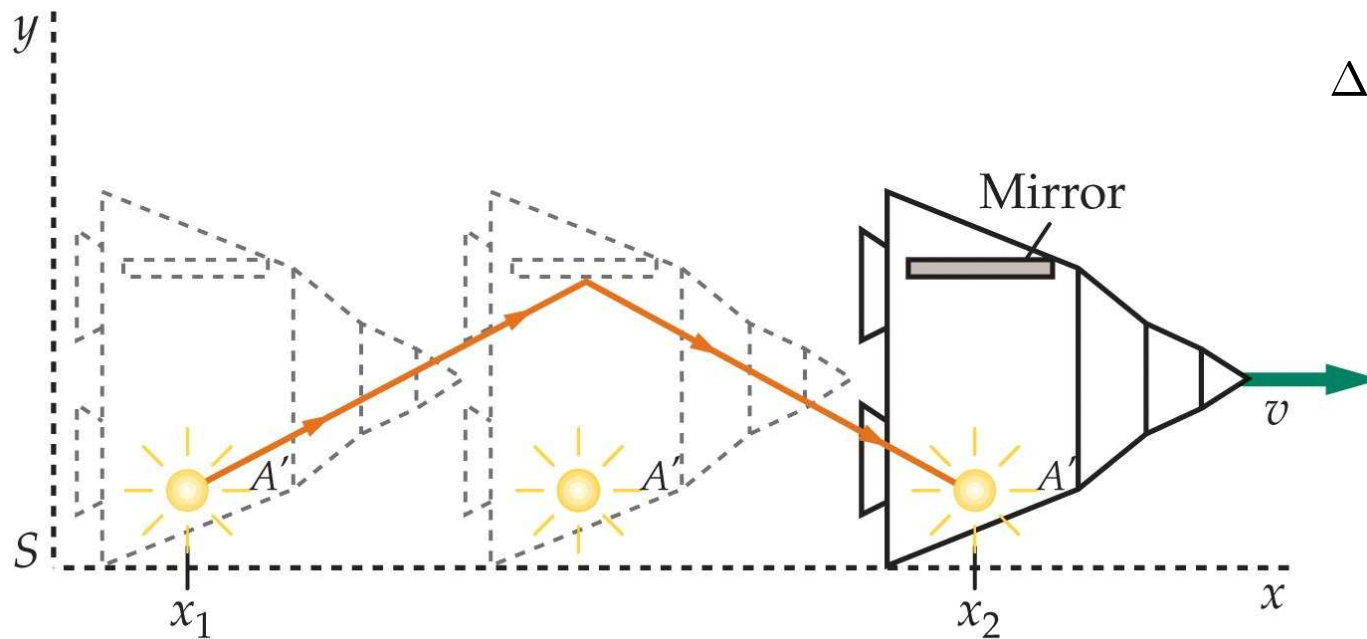
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$



$$\left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 = D^2 + \left(v \frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

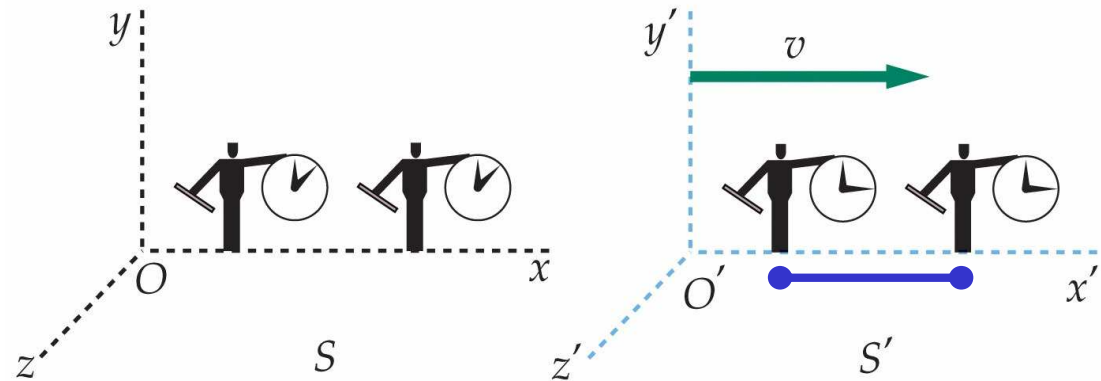
$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$



Contracció de longituds

Longitud pròpia L_p

$$L_p = x'_2 - x'_1$$



Longitud a S : $L = x_2 - x_1$ quan $t_1 = t_2$

$$\left. \begin{aligned} x'_2 &= \gamma (x_2 - vt) \\ x'_1 &= \gamma (x_1 - vt) \end{aligned} \right\} \quad x'_2 - x'_1 = \gamma (x_2 - x_1)$$

$$L_p = \gamma L$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

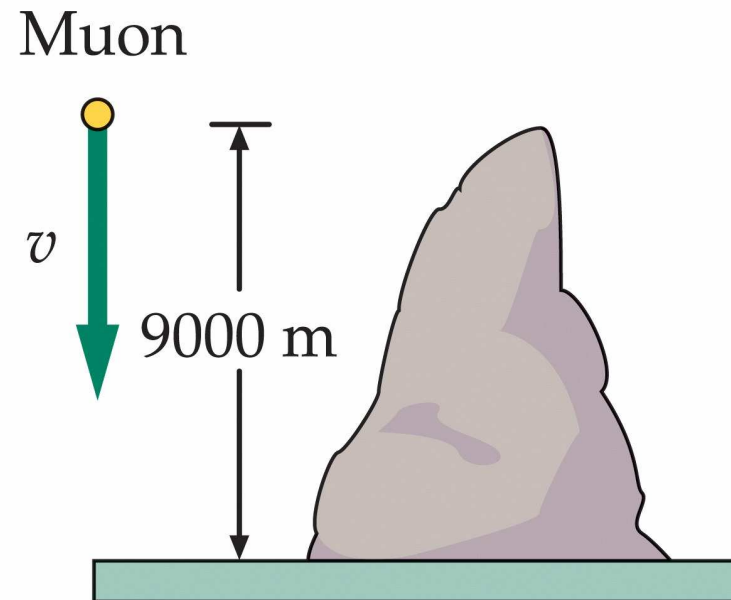
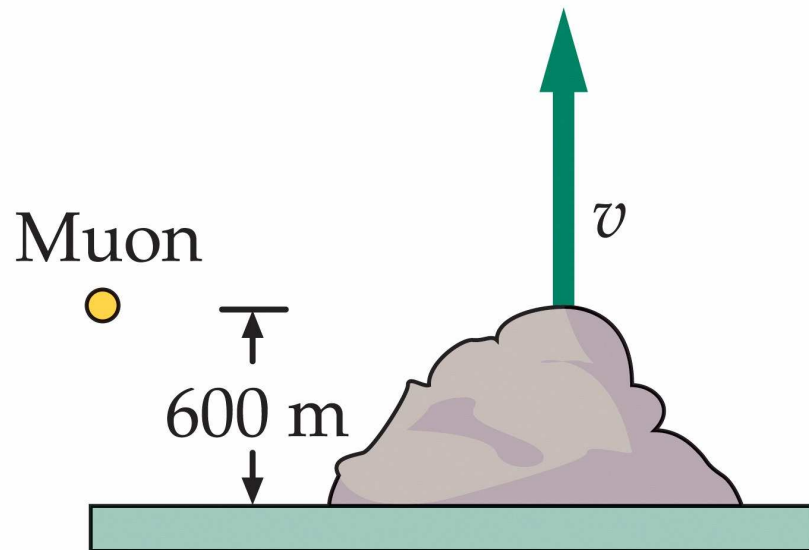
Contracció de les longituds en la direcció del moviment

La desintegració dels muons incidents a l'alta atmosfera

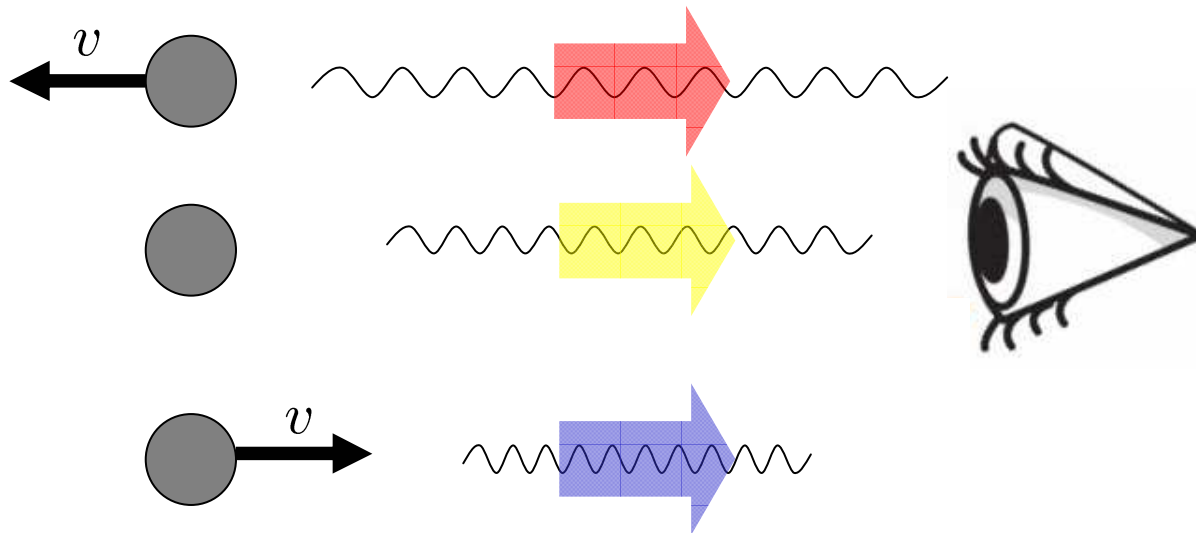
Els muons es desintegren en $\Delta t_p = 2 \mu s$

“La Terra pot recorre” $L_p \approx 0.9978c \Delta t_p \approx 600 \text{ m}$

Arriben a la superfície ja que $\Delta t \approx 30 \mu s$ i $L \approx 9000 \text{ m}$



L'efecte Doppler relativista



Freqüència observada

$$\sqrt{\frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)}} f_0$$

$$f_0$$

$$\sqrt{\frac{1 + (v/c)}{1 - (v/c)}} f_0$$

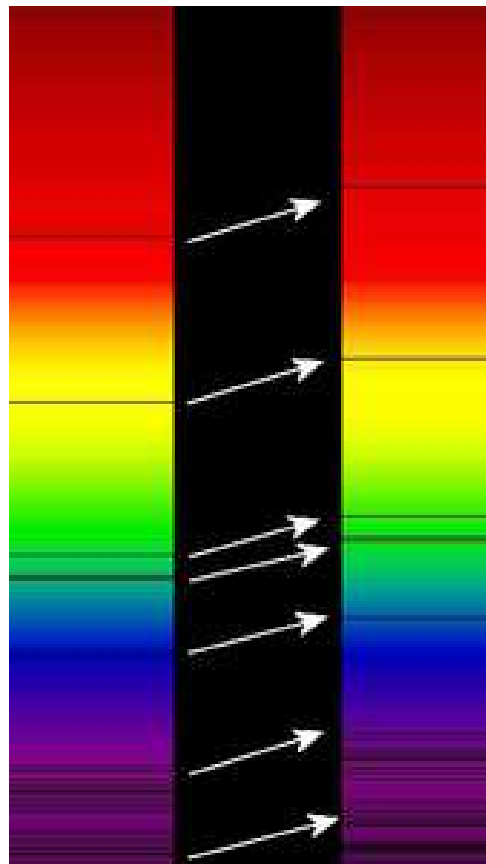
Canvia la freqüència però la velocitat és sempre c



Espectre

Línies d'absorció

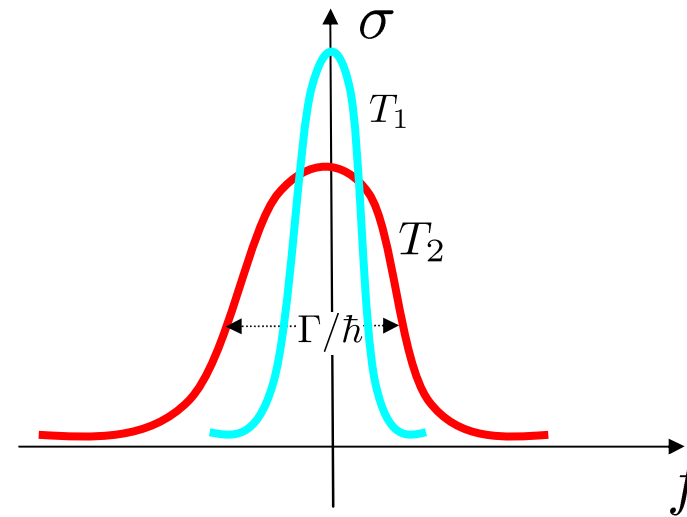
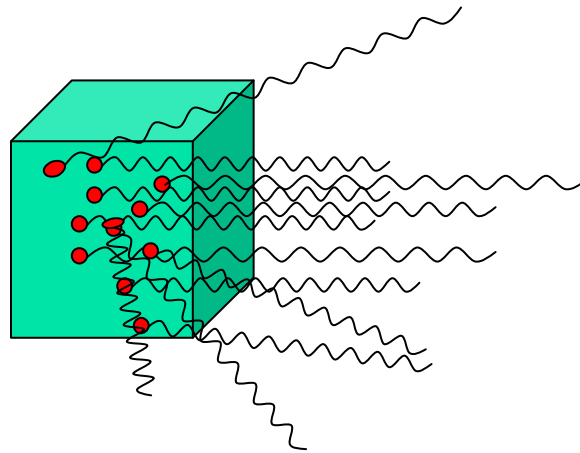
Sol **Galàxia llunyana**

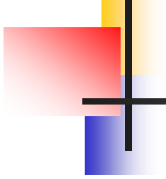


Amplades de línia

Gasos atòmics

Espectres d'emissió



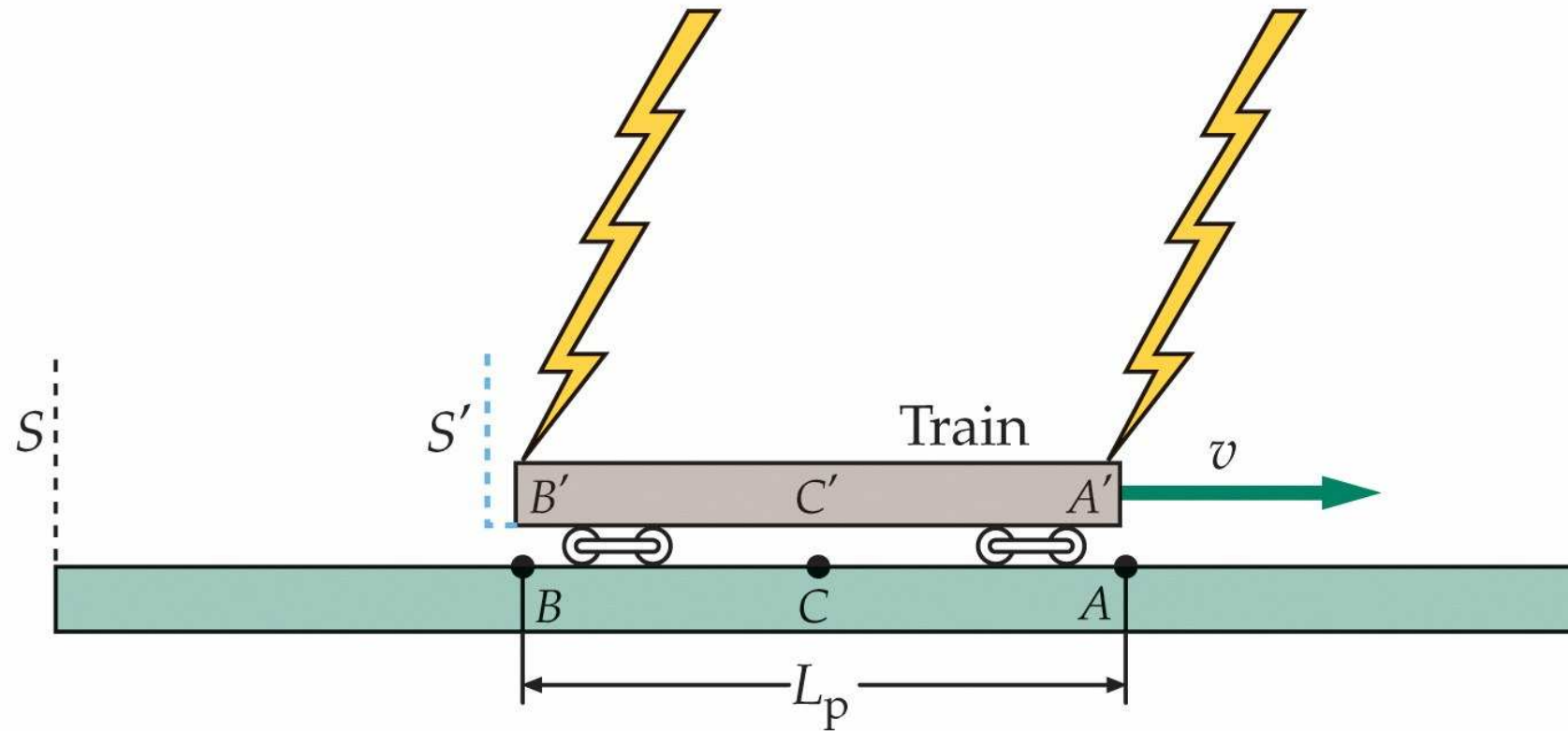


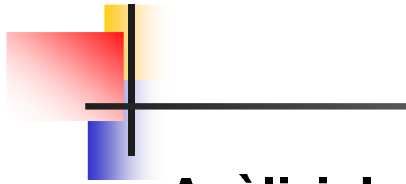
Sincronització de rellotges i simultaneïtat

Dos rellotges sincronitzats a un sistema de referència no ho estan a un altre sistema que es mogui respecte al primer.

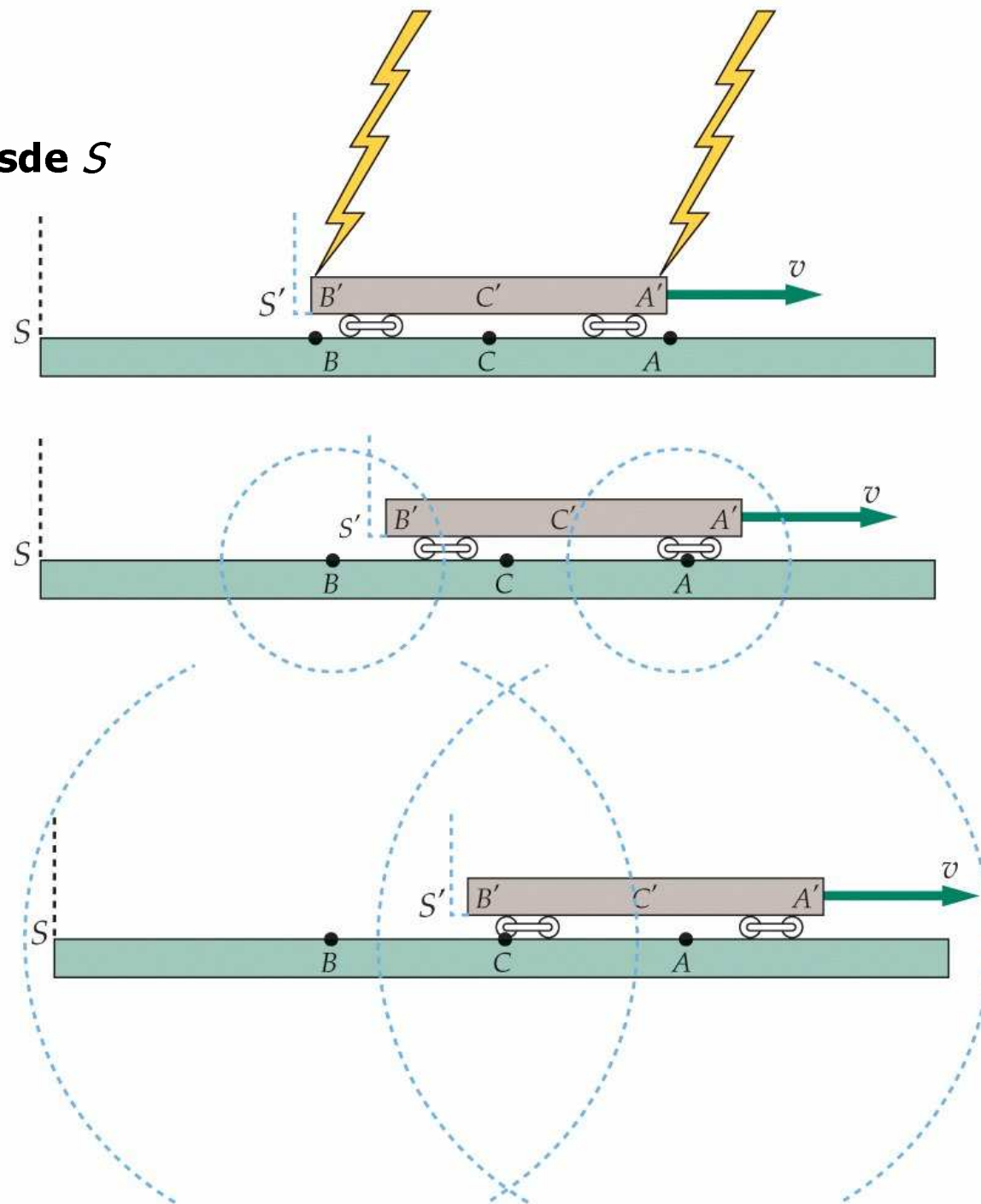
Dos successos que són simultanis a un sistema de referència no ho són a un altre sistema que es mogui respecte al primer.

Simultanis a S

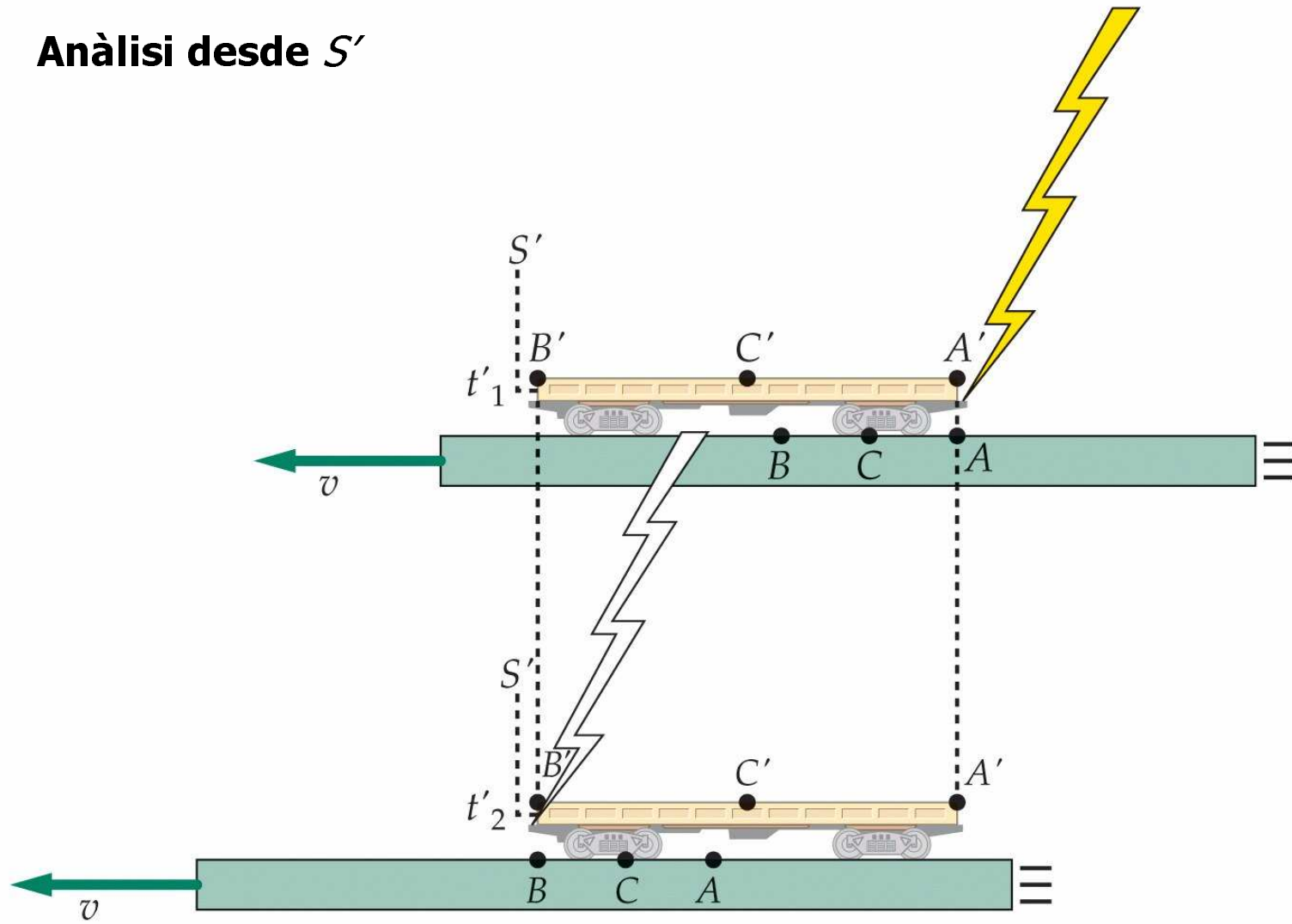




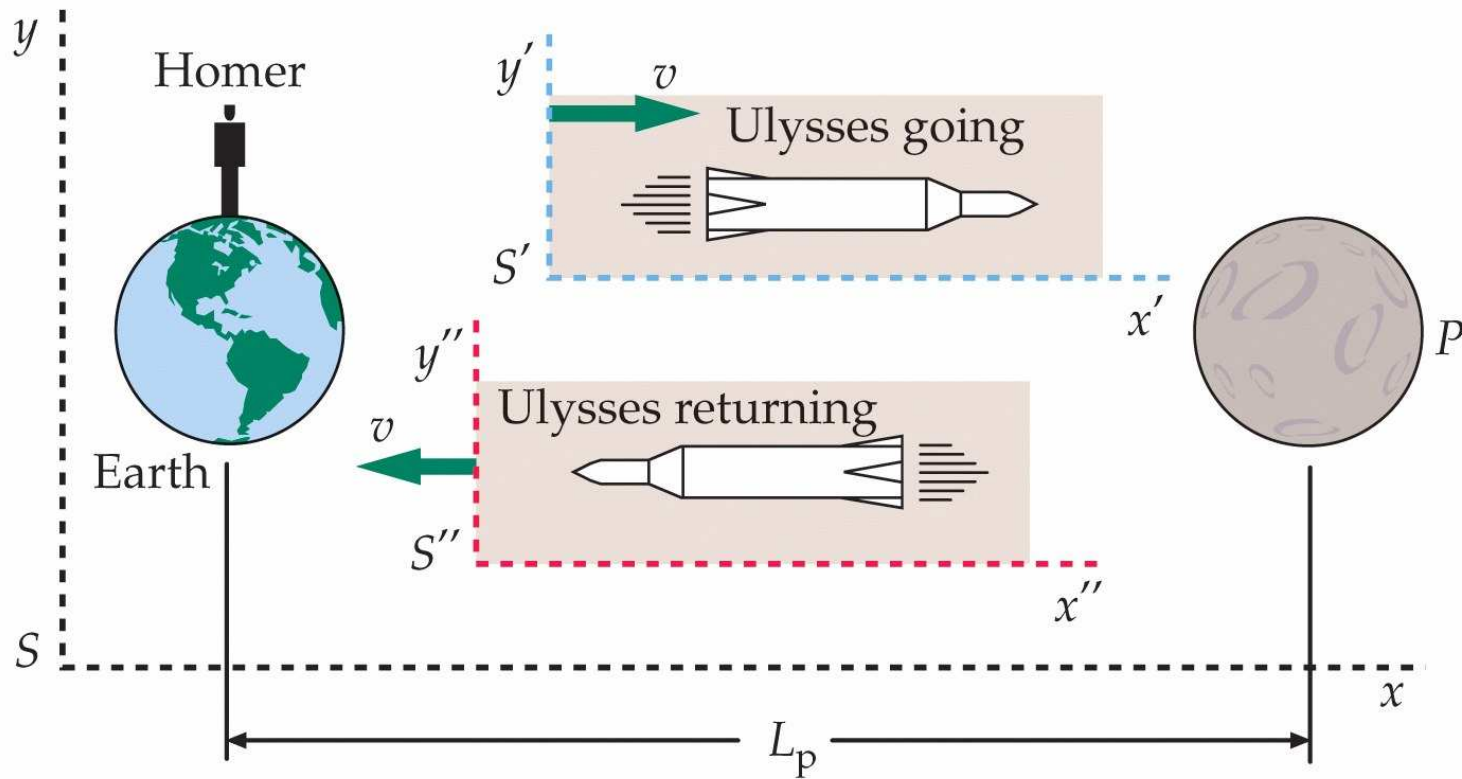
Anàlisi desde S



Anàlisi desde S'



La 'paradoxa' dels bessons



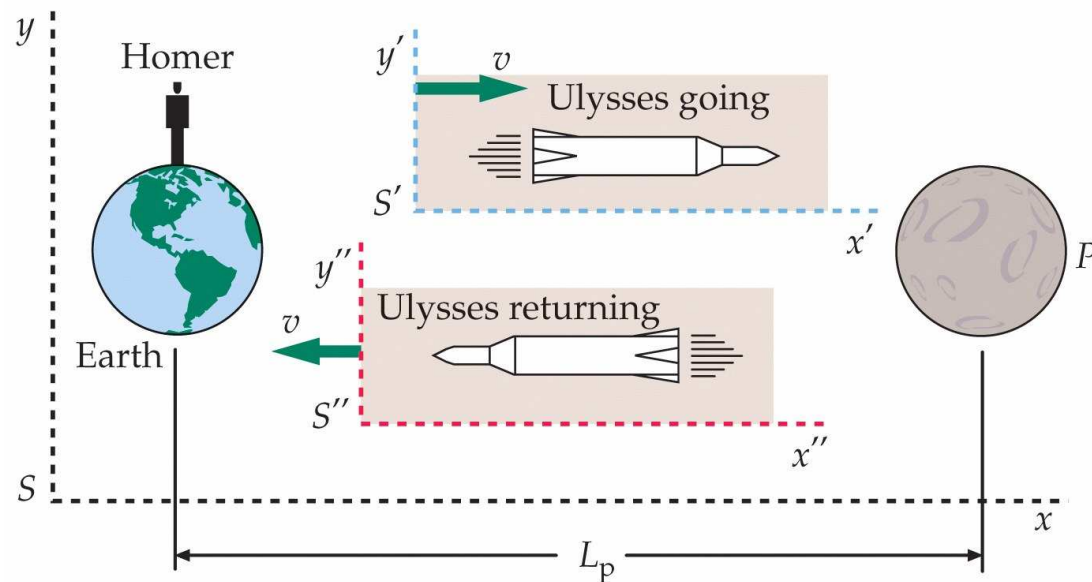
$$L_p = 8 \text{ anys llum}$$

$$v = 0.8c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{3}$$

Homer $\Delta t = 2 \frac{L_p}{v} = 20 \text{ anys}$

Ulysses $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = 12 \text{ anys}$



'Falsa' paradoxa segons la relativitat especial:

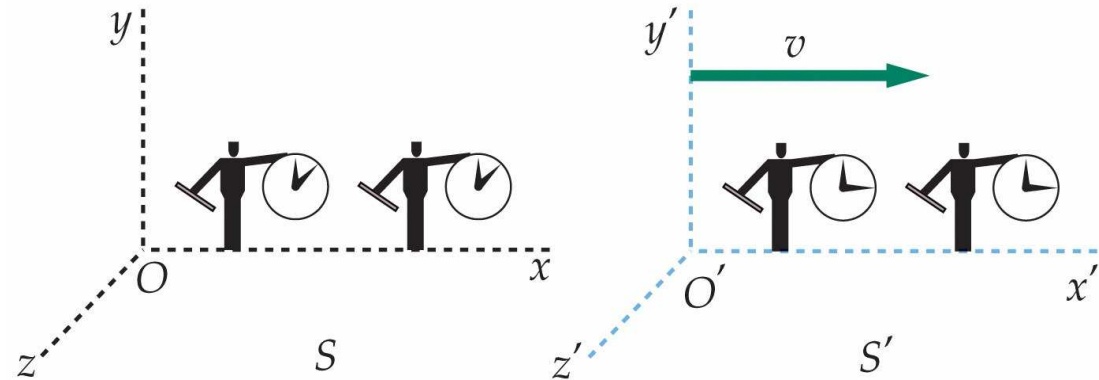
No és una situació simètrica.

El que accelera queda 'marcat' i envelleix menys.

Transformació de velocitats

Lorentz

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + vt') \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)\end{aligned}$$



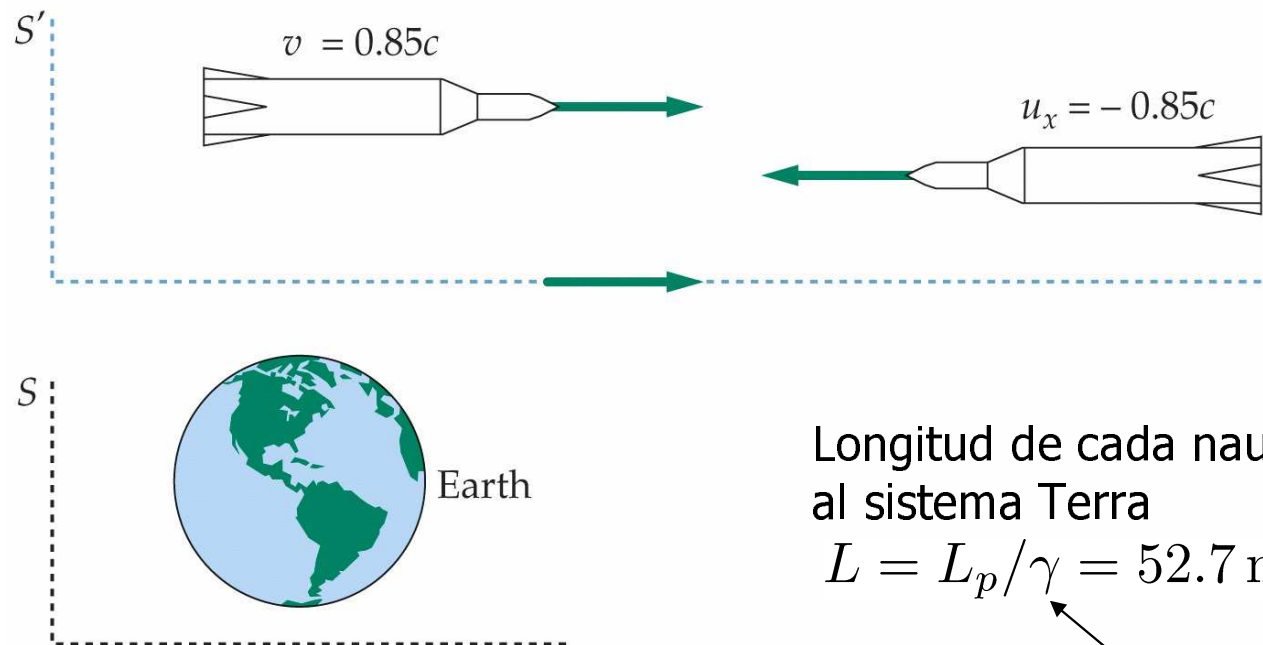
$$\left. \begin{aligned}dx &= \gamma(dx' + vdt') \\dy &= dy' \\dz &= dz' \\dt &= \gamma\left(dt' + \frac{vdx'}{c^2}\right)\end{aligned} \right\} \begin{aligned}u_x &= \frac{dx}{dt} \\u_y &= \frac{dy}{dt} \\u_z &= \frac{dz}{dt}\end{aligned}$$

Inversa $v \rightarrow -v$

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \\u_y &= \frac{u'_y}{\gamma\left(1 + \frac{vu'_x}{c^2}\right)} \\u_z &= \frac{u'_z}{\gamma\left(1 + \frac{vu'_x}{c^2}\right)}\end{aligned}$$

Exemple:

Dues naus viatgen una cap a l'altra a $0.85c$ respecte a la Terra.
La longitud pròpia de cada nau es 100 m.



Longitud de cada nau
al sistema Terra

$$L = L_p / \gamma = 52.7 \text{ m}$$

$$v = 0.85c$$

Velocitat relativa de les naus

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}} = -0.987c$$

Longitud de la segona nau al
Sistema de la primera nau

$$L = L_p / \gamma = 16.1 \text{ m}$$

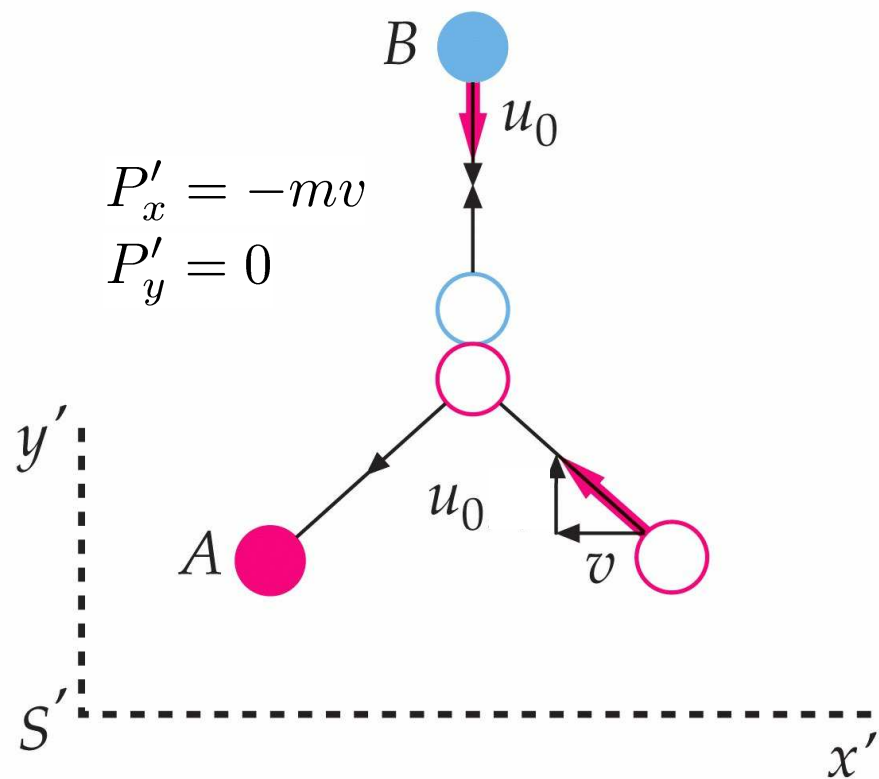
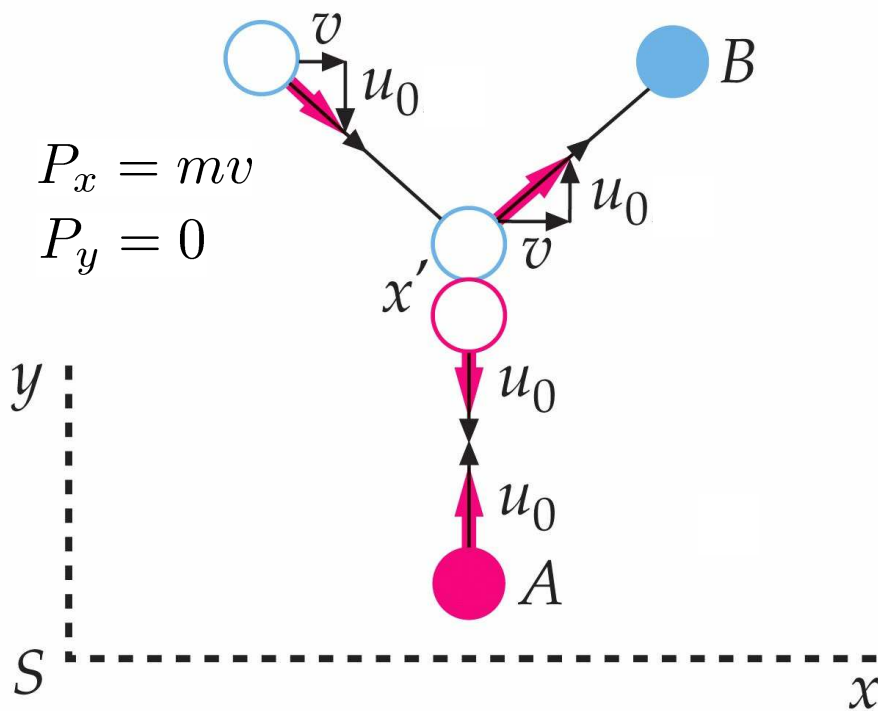
$$v = 0.987c$$

El moment lineal relativista

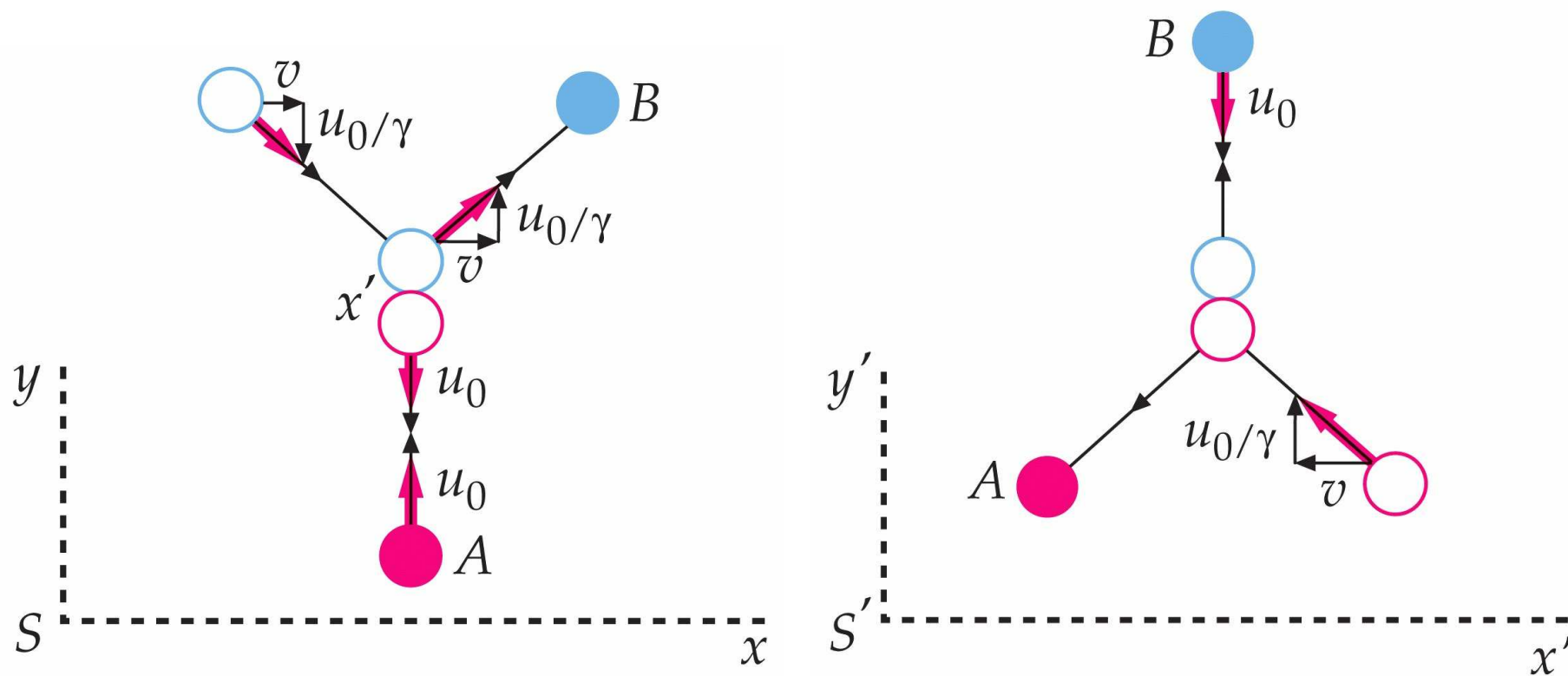
Mecànica clàssica $\vec{p} = m\vec{u}$

Conservat a xocs $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$

Un exemple de xoc elàstic:



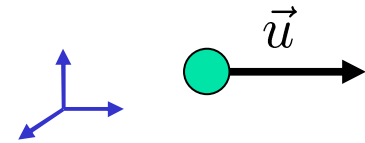
A altes velocitats el moment lineal clàssic no es conserva





Moment lineal relativista

$$\vec{p} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \vec{u}$$



Massa relativista

$$m_{\text{rel}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Massa en repòs

$$m$$

Nova llei de Newton

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m_{\text{rel}}\vec{u})}{dt}$$

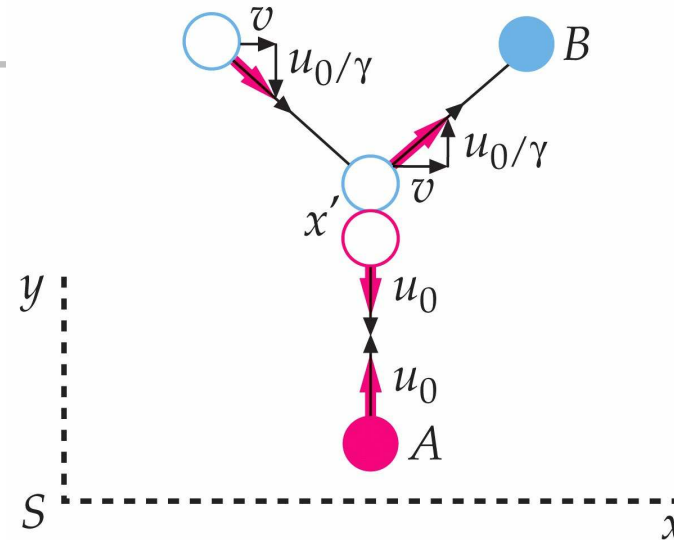
La inèrcia augmenta amb la velocitat

La massa relativista augmenta amb la velocitat

Un força constant indefinidament **no** indueix mai $u > c$



El nostre exemple al sistema S



Bolla A
$$p_{Ay} = \frac{m u_0}{\sqrt{1 - (u_0/c)^2}}$$

Bolla B
$$\vec{u}_B = v \vec{i} - \frac{u_0}{\gamma} \vec{j} \quad u_B^2 = v^2 + u_0^2 - \frac{u_0^2 v^2}{c^2}$$

$$\sqrt{1 - (u_B/c)^2} = (1/\gamma) \sqrt{1 - (u_0/c)^2}$$

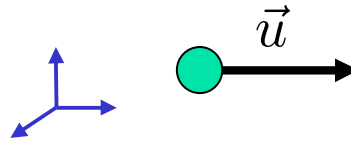
$$p_{By} = \frac{m u_{By}}{\sqrt{1 - (u_B/c)^2}} = \frac{-m u_0/\gamma}{(1/\gamma) \sqrt{1 - (u_0/c)^2}} = -p_{Ay}$$

El moment total en direcció y és zero

Xoc elàstic de bolles idèntiques en sentit contrari

Energia relativista

Energia cinètica



$$\begin{aligned} E_c &= \int_{u=0}^{u=u_f} F ds = \int_{u=0}^{u=u_f} \frac{dp}{dt} ds = \int_{u=0}^{u=u_f} u dp \\ &= \int_{u=0}^{u=u_f} m \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-3/2} u du = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (u_f/c)^2}} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$u_f \equiv u$$

$$E_c = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} - mc^2$$

**Interpretació
d'Einstein:**

$$E_c = m_{\text{rel}} c^2 - mc^2$$

← Energia de
Massa en moviment

→ Energia de massa
en repòs



Energia 'total' relativista

$$E = m_{\text{rel}}c^2$$

Energia de massa en repòs

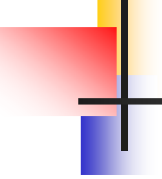
$$E_0 = mc^2$$

Fins i tot quan està en repòs un cos de massa m té energia mc^2 deguda a la seva massa en repòs. Massa i energia són físicament equivalents.

Einstein

Energia cinètica a baixes velocitats

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} - mc^2 \approx mc^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots \right) - mc^2 \\ &\approx \frac{1}{2} mu^2 + \dots \end{aligned}$$



Energia a un quilogram de massa:

$$E_0 = mc^2 = 1 \text{ kg} \times \left(3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

Benzina: $32 \frac{\text{MJ}}{\text{l}}$ $E_0 \Leftrightarrow \frac{9}{32} \times 10^{10} \text{ l} \approx 3 \times 10^6 \text{ m}^3$

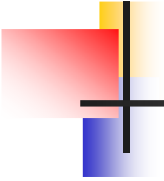
Es Murterar: $P \approx 1 \text{ GW}$ $E_0 \Leftrightarrow 9 \times 10^7 \text{ s} \approx 3 \text{ anys}$



TABLE 39-1

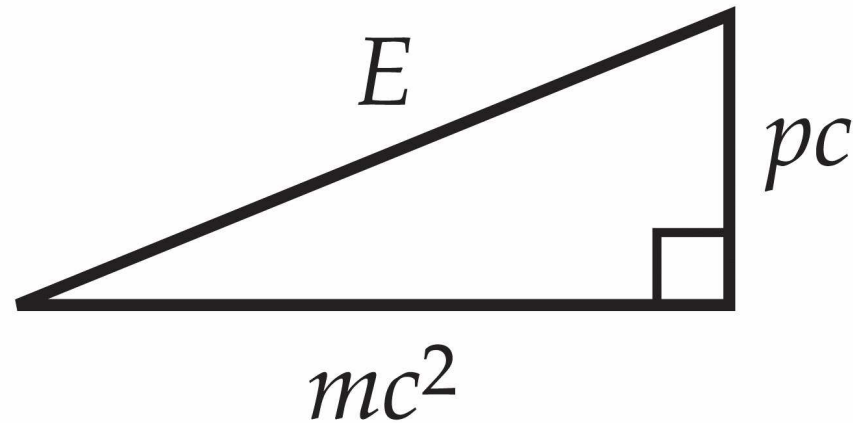
Rest Energies of Some Elementary Particles and Light Nuclei

Particle	Symbol	Rest energy, MeV	
Photon	γ	0	
Electron (positron)	e or e^- (e^+)	0.5110	
Muon	$\mu^\pm$	105.7	
Pion	π^0	135	
	$\pi^\pm$	139.6	
Proton	p	938.280	
Neutron	n	939.573	
Deuteron	^2H or d	1875.628	
Triton	^3H or t	2808.944	
Helium-3	^3He	2808.41	
Alpha particle	^4He or α	3727.409	



Relació energia-moment

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

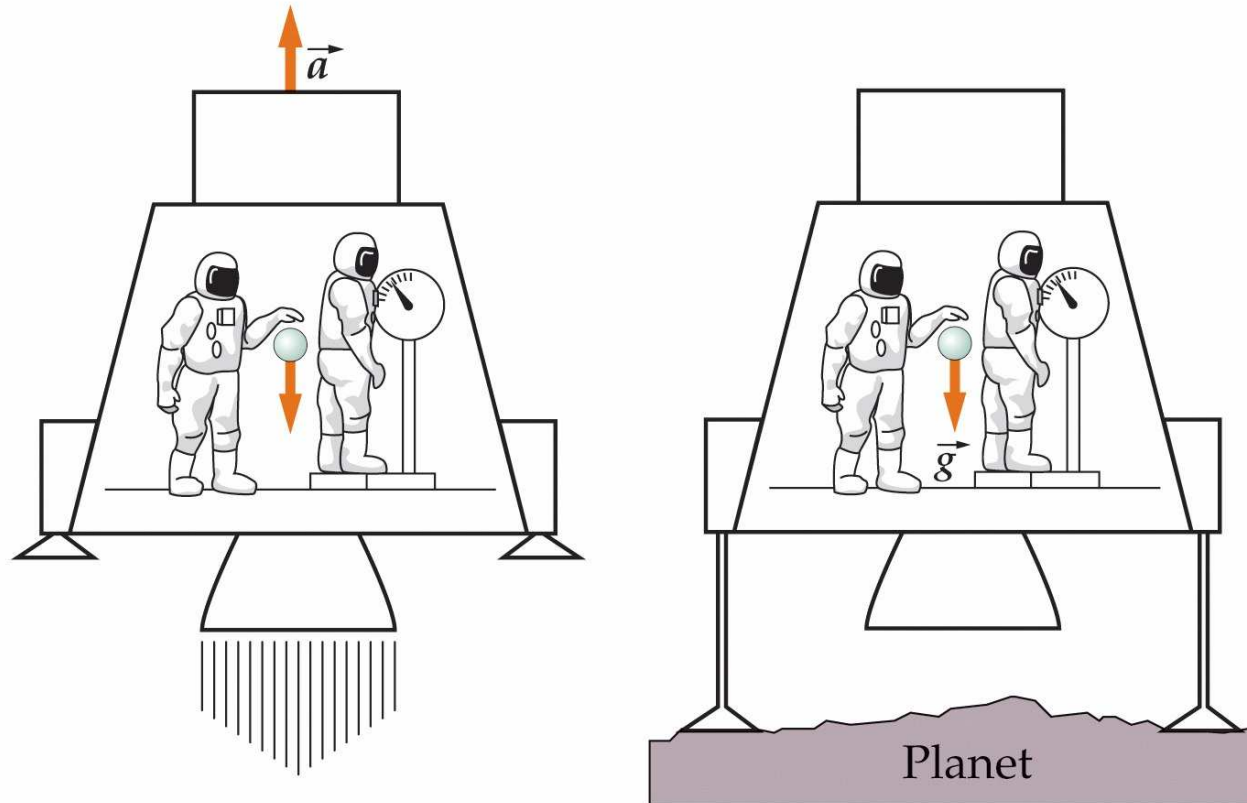


fotons $E = pc$

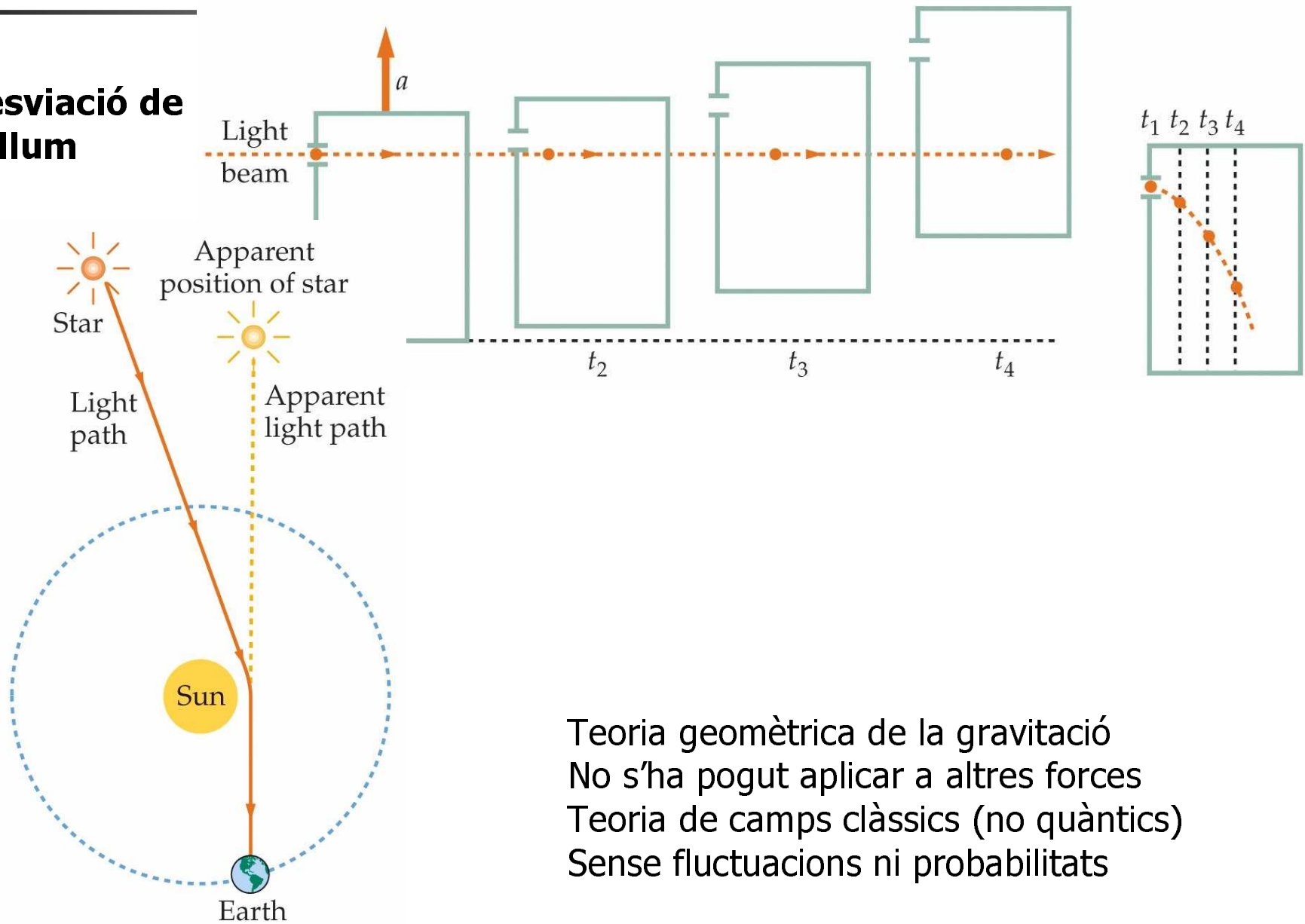
La relativitat general

Sistemes no inercials
Acceleracions, forces, camp gravitatori

Principi d'equivalència



Desviació de la llum



Teoria geomètrica de la gravitació
No s'ha pogut aplicar a altres forces
Teoria de camps clàssics (no quàntics)
Sense fluctuacions ni probabilitats



Exercicis:

39.1

39.3

39.5

39.6

39.14

39.25

39.26

39.34

39.36

39.48