

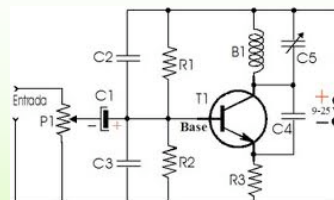
TEORIA DE CIRCUITOS

TEMA 2. MÉTODOS DE ANÁLISIS

Josep Lluís Rosselló. Febrer 2011

2.- Métodos de análisis

- Leyes de Kirchoff
 - Corrientes
 - Tensiones
- Métodos de resolución:
 - Nudos
 - Mallas



- Divisores de tensión y de corriente
- Transformaciones de fuentes
- Principio de superposición
- Simulaciones asistidas por ordenador
- Equivalente Thevenin y Norton
- Teorema de máxima transferencia de potencia

Leyes de Kirchhoff

Reglas que se han de aplicar para la correcta resolución de cualquier circuito eléctrico

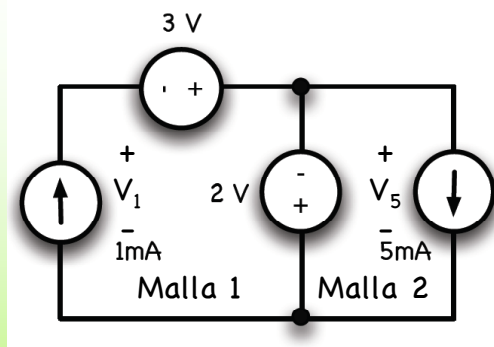
- Corrientes:

- En cada nodo de un circuito eléctrico, la suma de corrientes entrantes es igual a la suma de corrientes salientes

- Voltajes:

- Para cualquier circuito eléctrico cerrado la suma de caídas de tensión de cada componente es nula

Ley de Kirchhoff de tensiones



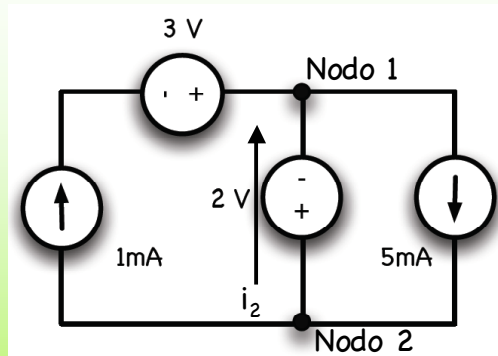
$$\text{Malla 1} \Rightarrow 3 + 2 + V_1 = 0$$

$$\text{Malla 2} \Rightarrow 2 + V_5 = 0$$

$$V_5 \text{ (Fuente de 5mA)} = -2V$$

$$V_1 \text{ (Fuente de 1mA)} = -3V - 2V = -5V$$

Ley de Kirchhoff de corrientes



Corrientes nodo 1

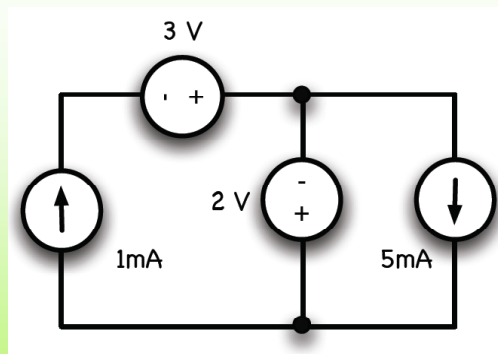
$$1\text{mA} + i_2 = 5\text{mA}$$

Corrientes nodo 2

$$5\text{mA} = 1\text{mA} + i_2$$

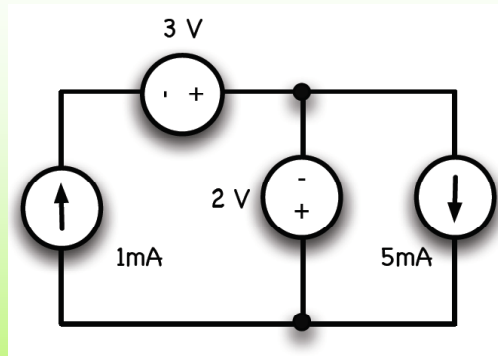
$$i_2 = 5\text{mA} - 1\text{mA} = 4\text{mA}$$

Estimación de potencias



- $P(3\text{V}) = (-1\text{mA}) \times 3\text{V} = -3\text{mW}$ (Generada)
- $P(5\text{mA}) = 5\text{mA} \times (-2\text{V}) = -10\text{mW}$ (Generada)
- $P(1\text{mA}) = 1\text{mA} \times (3+2)\text{V} = 5\text{mW}$ (Disipada)
- $P(2\text{V}) = (5-1)\text{mA} \times 2\text{V} = 8\text{mW}$ (Disipada)

Estimación de potencias



En un circuito eléctrico aislado siempre se cumple que potencia generada=potencia consumida

Estimación de potencias

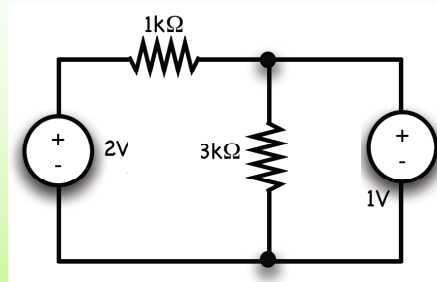
Métodos sistemáticos de resolución de circuitos:

- Método de mallas
- Método de nudos

Basadas ambas en la aplicación de:

- Leyes de Kirchhoff (de corrientes y de tensiones)
- Ley de Ohm en caso de incluir resistencias

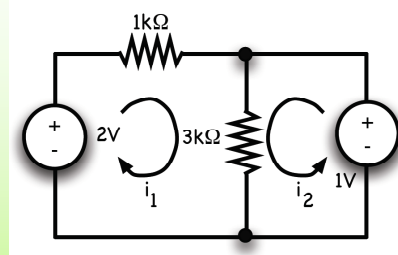
Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de mallas



Objetivo: conocer las corrientes de cada componente y las tensiones entre los nodos

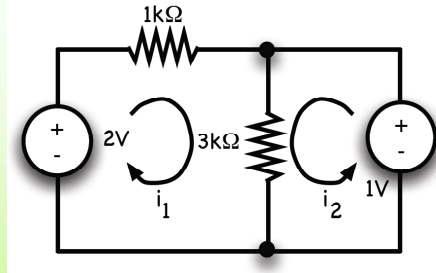
Para el circuito de la figura será: tres corrientes y cuatro tensiones, algunas triviales

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de mallas



- Elegimos varios circuitos cerrados (mallas), tantos como incógnitas tengamos
- Definimos corrientes de malla
- Las corrientes se suman en las intersecciones de mallas (aplicación de la ley de corrientes de Kirchhoff)
- Tenemos en cuenta la característica i-v de cada componente (Ley de Ohm en las resistencias)
- Aplicamos la ley de Kirchhoff de tensiones en cada malla

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de mallas



Aplicamos la ley de Kirchhoff de tensiones en cada malla. Sumamos si vamos de + a - y restamos si vamos de - a +

$$\text{Malla 1: } -2V + i_1 \times 1k\Omega + (i_1 + i_2) \times 3k\Omega = 0$$

$$\text{Malla 2: } -1V + (i_1 + i_2) \times 3k\Omega = 0$$

Resolución algebraica

$$\text{Malla 1: } i_1 \times 4k\Omega + i_2 \times 3k\Omega = 2V$$

$$\text{Malla 2: } i_1 \times 3k\Omega + i_2 \times 3k\Omega = 1V$$

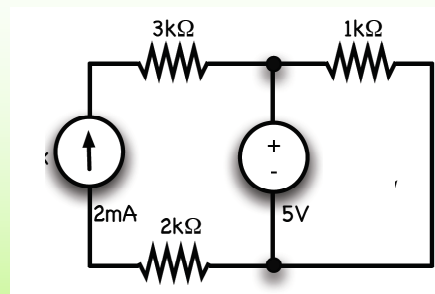
$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3k\Omega \\ 1 & 3k\Omega \\ 4k\Omega & 3k\Omega \\ 3k\Omega & 3k\Omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k\Omega & 3k\Omega \\ 3k\Omega & 3k\Omega \end{vmatrix}} = \frac{2 \times 3k\Omega - 1 \times 3k\Omega}{4k\Omega \times 3k\Omega - 3k\Omega \times 3k\Omega} = 1mA$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4k\Omega & 2 \\ 3k\Omega & 1 \\ 4k\Omega & 3k\Omega \\ 3k\Omega & 3k\Omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k\Omega & 3k\Omega \\ 3k\Omega & 3k\Omega \end{vmatrix}} = \frac{4k\Omega \times 1 - 3k\Omega \times 2}{4k\Omega \times 3k\Omega - 3k\Omega \times 3k\Omega} = -0,66mA$$

Simplificación

- Si trabajamos con $k\Omega$ y Voltios los resultados los tenemos en mA
- Nos ahorramos operar con muchos ceros
- Normalmente trabajamos con unidades de mA, V y $k\Omega$

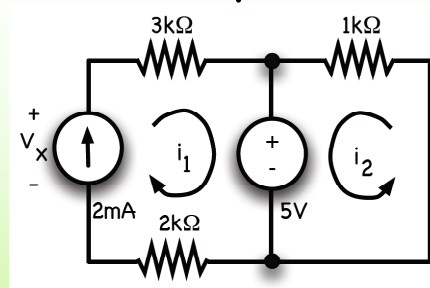
Ejemplo 2



En el anterior ejemplo conocíamos varias tensiones (fuentes) pero no las corrientes (incógnitas).

En este ejemplo conocemos ciertas corrientes pero no la tensión en la fuente de corriente

Ejemplo 2

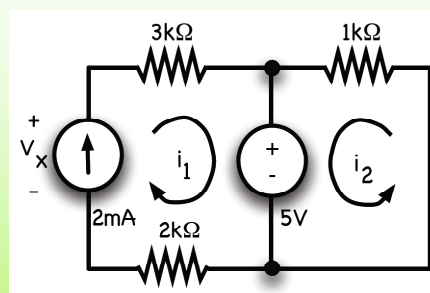


Definimos corrientes, pero una ya la sabemos (que es $i_1 = 2\text{mA}$)

Definimos una tensión para la fuente de corriente (V_x , que no tiene porqué ser 0!!!)

Luego nos planteamos las ecuaciones

Ejemplo 2



$$-V_x + 2\text{mA} \cdot 3\text{k}\Omega + 5\text{V} + 2\text{mA} \cdot 2\text{k}\Omega = 0$$

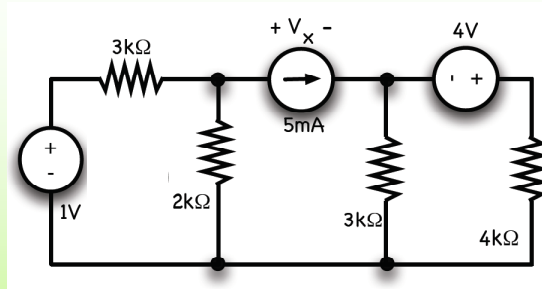
$$i_2 \cdot 1\text{k}\Omega + 5\text{V} = 0$$

$$V_x = 15\text{V}$$

$$i_2 = -5\text{mA}$$

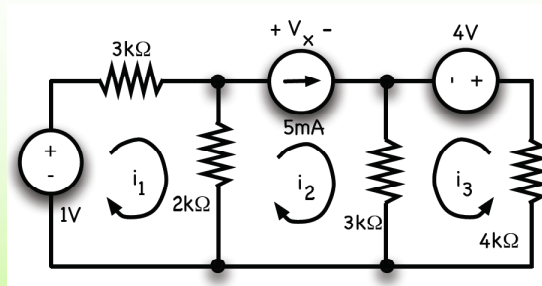
=>

Ejemplo 3



Mismo proceso que antes: elegimos mallas, definimos tensiones y corrientes incógnitas y resolvemos las ecuaciones resultantes

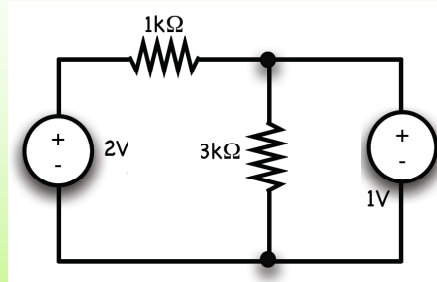
Ejemplo 3



$$\begin{aligned} -1V + i_1 \cdot 3k\Omega + (i_1 - 5mA) \cdot 2k\Omega &= 0 \\ V_x + (5mA + i_3) \cdot 3k\Omega + (5mA - i_1) \cdot 2k\Omega &= 0 \\ 4V + (i_3 + 5mA) \cdot 3k\Omega + i_3 \cdot 4k\Omega &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_1 &= 2.2mA \\ V_x &= -12.45V \\ i_3 &= -2.71V \end{aligned}$$

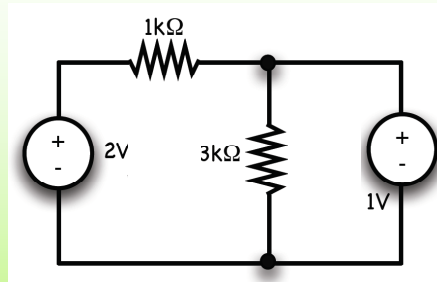
Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



Objetivo: conocer las corrientes de cada componente y las tensiones entre los nodos

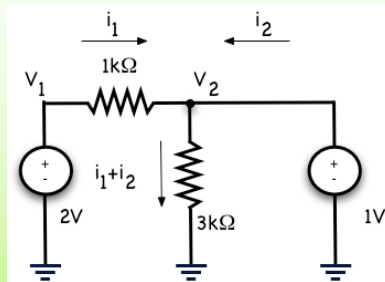
Para el circuito de la figura será: tres corrientes y cuatro tensiones, algunas triviales

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



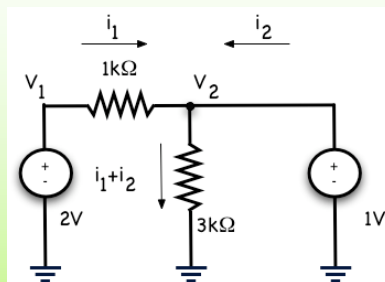
- Elegimos un nodo de referencia (tierra). A partir de esta referencia ($V_{\text{tierra}}=0$) definimos tensiones absolutas a cada nodo (aplicación de la ley de Kirchhoff de tensiones)
- Aplicamos la ley de Ohm a cada componente resistivo
- Aplicamos la ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



- Elegimos un nodo de referencia (tierra)
- Definimos tensiones absolutas a cada nodo
- Aplicamos la ley de Ohm a cada componente resistivo
- Aplicamos la ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



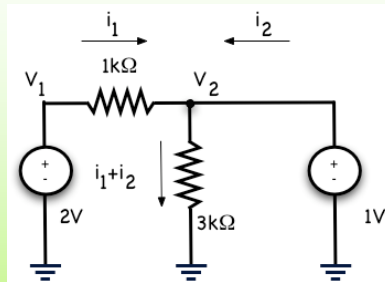
Observamos que:

$$V_1 = 2V$$

$$V_2 = 1V$$

$$i_1 = (V_1 - V_2) / 1k\Omega = 1mA$$

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



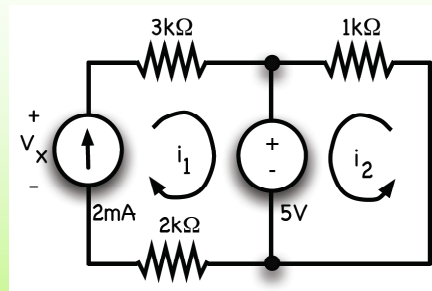
Observamos que:

$$i_1 + i_2 = (1V - 0V) / 3k\Omega$$

$$i_1 + i_2 = 0,33mA$$

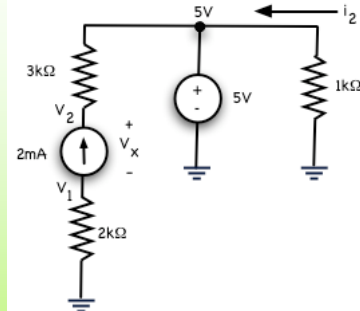
$$i_2 = -0,66mA$$

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



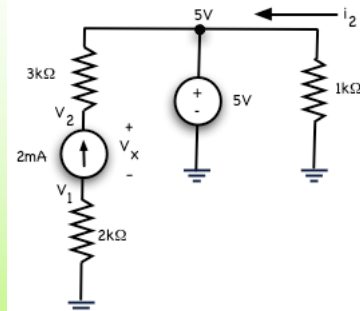
Calcular i_2 y V_x

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



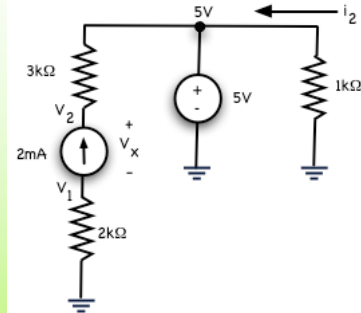
Hemos elegido un nodo de referencia (tierra)
Podremos calcular la tensión en cada nodo con
respecto al nodo de tierra
Para calcular V_x tendremos que calcular V_2 , V_1 y
restarlas

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



Para calcular V_2 aplicamos la ley de Ohm en la resistencia de $3k\Omega$
Para calcular V_1 aplicamos la ley de Ohm en la resistencia de $2k\Omega$
Calculamos i_2 aplicando la ley de Ohm en la resistencia de $1k\Omega$

Aplicación Leyes Kirchhoff: Método de nudos



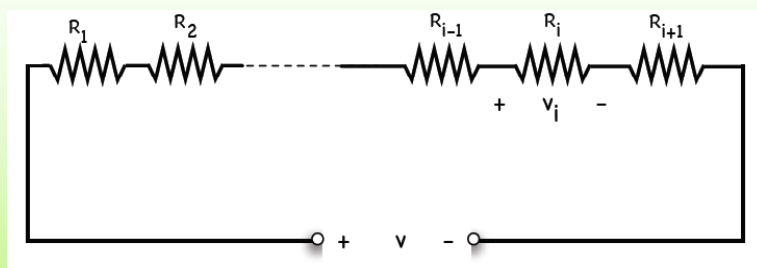
$$2\text{mA} = (V_2 - 5\text{V})/3\text{k}\Omega \Rightarrow V_2 = 11\text{V}$$

$$2\text{mA} = (0 - V_1)/2\text{k}\Omega \Rightarrow V_1 = -4\text{V}$$

$$V_x = V_2 - V_1 = 15\text{V}$$

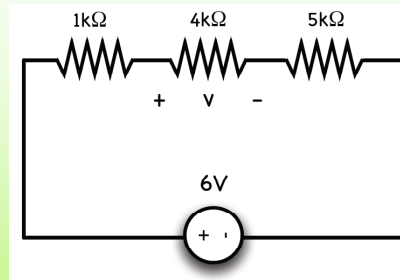
$$i_2 = (0 - 5\text{V})/1\text{k}\Omega = -5\text{mA}$$

Divisores de tensión



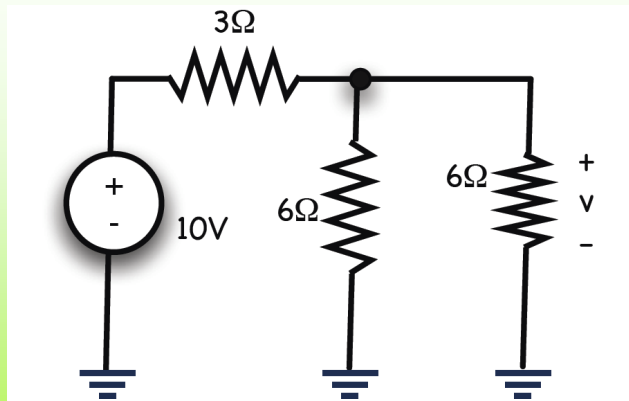
$$V_i = V \cdot R_i / (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N)$$

Divisores de tensión: Ejemplo



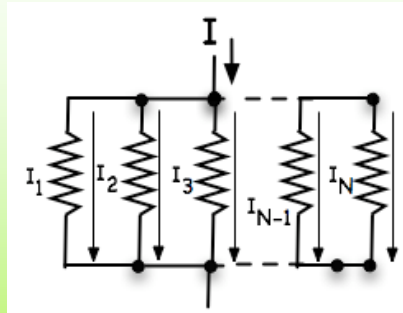
$$v = 6V \cdot 4k\Omega / (1k\Omega + 4k\Omega + 5k\Omega) = 12/5 = 2.4V$$

Divisores de tensión: Ejemplo



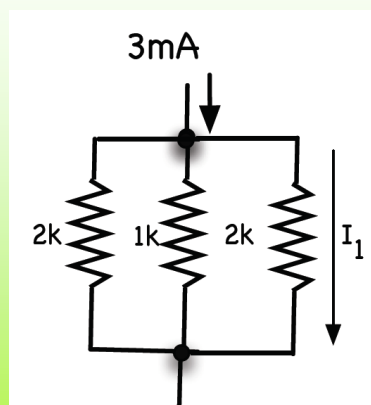
$$v = 10V \cdot (6\Omega \parallel 6\Omega) / (3\Omega + 6\Omega \parallel 6\Omega) = 10/2 = 5V$$

Divisores de corriente



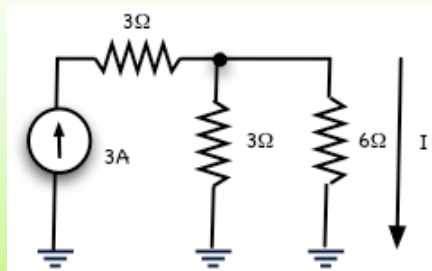
$$I_i = I \cdot G_i / (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N)$$

Divisores de corriente: Ejemplo



$$I_1 = 3\text{mA} \cdot (1/2\text{k}\Omega) / (1/2\text{k}\Omega + 1/1\text{k}\Omega + 1/2\text{k}\Omega)$$
$$I_1 = 0.75\text{mA}$$

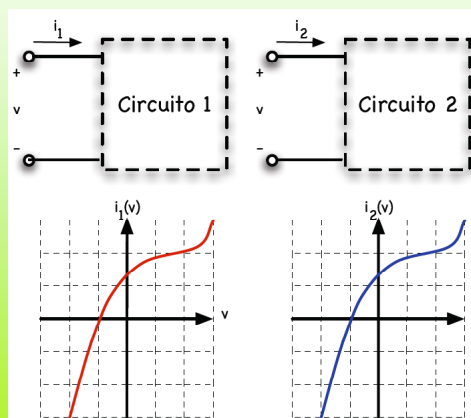
Divisores de corriente: Ejemplo



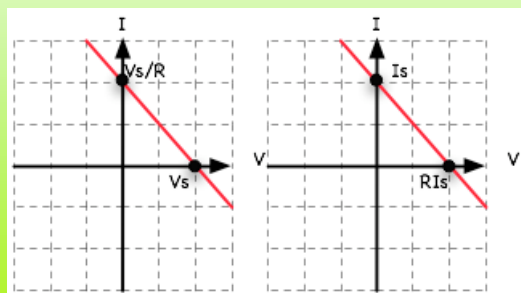
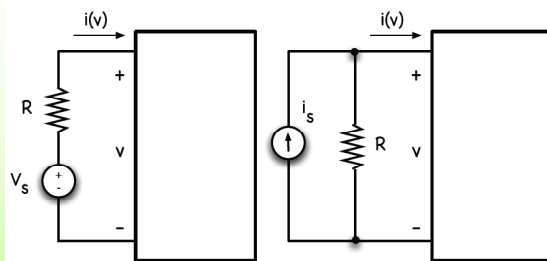
$$I = 3A \cdot (1/6\Omega) / (1/6\Omega + 1/3\Omega)$$
$$I = 1A$$

Teoremas de análisis

Circuitos equivalentes:

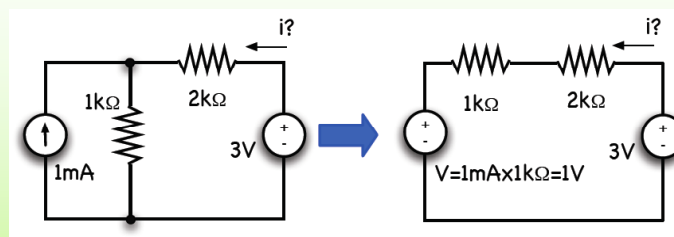


Transformación de fuentes



Configuraciones idénticas siempre que se cumpla que $RI_s = V_s$

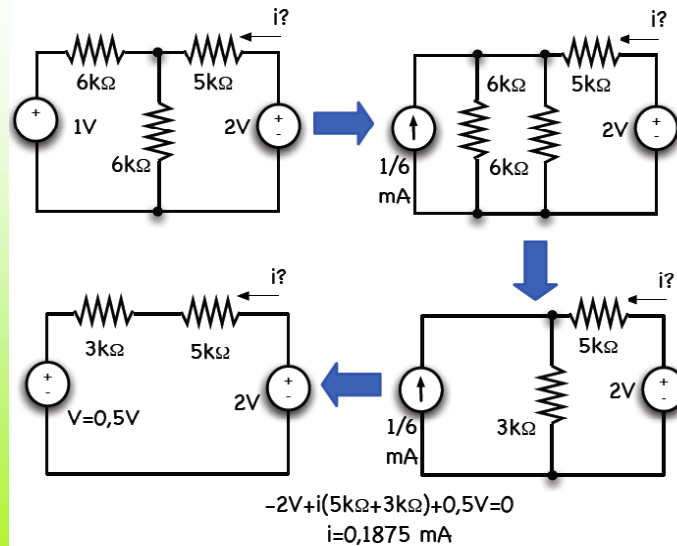
Transformación de fuentes



$$i = (3V - 1V) / (2k\Omega + 1k\Omega)$$

$$i = 0,66mA$$

Transformación de fuentes



Principio de superposición

- Simplificación de un circuito como suma de varios circuitos sencillos
- Cada circuito sencillo solamente tendrá una fuente independiente
- El resultado final será igual a la suma de todos los resultados obtenidos

Principio de superposición

- Todas las fuentes independientes se anulan menos una para cada circuito
 - Fuentes de corriente se ponen a cero ($I=0$), esto equivale a sustituirlas por un abierto
 - Fuentes de tensión se ponen a cero ($V=0$), esto equivale a sustituirlas por un cortocircuito

Principio de superposición

- Ejemplo: Aplicar superposición al siguiente problema

