

Tema 6: Renou

- 1. Introducció
- 2. Propietats del renou
- 3. Renou en dinàmica
- 4. Fonts de renou
- 5. Renou a amplificadors operacionals

1. Introducció

- **Definició:**
 - Renou o Soroll: fluctuació aleatòria d'un senyal del circuit (tensió o corrent) indesitjada i inevitable, que depenent del seu origen es classifica com a extern (interferències) o intern (inherent)
 - Error d'offset a la sortida d'un sistema degut a corrents de polarització i tensions d'offset d'entrada a un sistema
 - Necessitat de prendre mesures per reduir/minimitzar el renou
- **Relació Senyal/Soroll (SNR) (Signal to Noise Ratio)**
 - Qualitat d'un senyal en presència de renou
 - V_s = valor rms del senyal (s- signal),
 - V_n = valor rms del renou associat (n-noise)

$$SNR = 20 \log \frac{V_s}{V_n} = 10 \log \frac{V_s^2}{V_n^2}$$

- Suposem un Amplificador amb $1\mu V$ offset d'entrada
 - Si tenim un A/D de 12 bits , 10V tensió escala, $\frac{1}{2} LSB = 10/2^{13}$
(1.22mV) $SNR(\frac{1}{2} LSB) = 61.7dB$ (O.K.)
 - Si tenim un Transductor 10 mv tensió escala, 12 bits,
 $\frac{1}{2} LSB = 1.22\mu V$ $SNR(\frac{1}{2} LSB) = 1.7dB$ (NO!!!!!!)

1.Introducció

- **Interferències o soroll extern**

- Es degut a una interacció no desitjada entre el circuit i l'entorn, o bé entre diferents parts del mateix circuit. Aquesta interacció pot ser elèctrica, magnètica o electromagnètica.
 - Exemples: Injecció de renou per alimentació o massa, crosstalk, capacitats paràsites i/o inductàncies mútues, connexions/efecte antena
 - Tècniques de minimització: filtratge, desacoblament, anells de guarda, apantallament electrostàtic o electromagnètic, eliminació de bucles de massa, alimentacions de baix renou

- **Soroll intern o renou inherent**

- Es deu a fenòmens microscòpics interns als conductors i semiconductors, tals com l'agitació tèrmica dels electrons en un resistor o la generació i recombinació aleatòria de parells electró-forat en un semiconductor.
 - **Renou a una resistència per agitació tèrmica dels electrons.**
 - Produïxen corrents molt petits, que es van sumant proporcionant un corrent net total (en promig nul), que fluctua continuament (de forma aleatòria). Aquest renou apareix inclús amb el resistor desconnectat.

2. Propietats del Renou

- **Renou**

- Procés aleatori, valor instantani impredecible
- Tractament estadístic

- **Valor rms i Factor de cresta**

- Valor eficaç (rms)

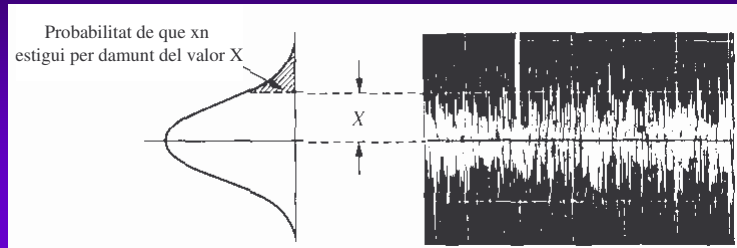
$$X_n = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x_n^2(t) dt}$$

- Valor quadratic mig (potència dissipada per $x_n(t)$ a una resistència d' 1Ω)

$$X_n^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x_n^2(t) dt$$

- A aplicacions tipus comparadors, A/D, ... afecta més el valor instantani que no el quadratic mig
 - Es consideren distribucions Gaussians pel renou (predicció del valor instantani a partir en termes de probabilitat)
 - Factor de cresta (CF) = quocient entre valor de pic i valor rms

2. Propietats del Renou



– Càlculs de Factor de Cresta considerant renou Gaussià

- CF >1, probabilitat 32%
- CF >2, probabilitat 4.6%
- CF >3.3, probabilitat 0.1%

– Se sol considerar renou de pic-pic 6.6 vegades el valor rms, (valor instantani es troba dins aquest rang 99.9 % del temps).

2. Propietats del Renou

• Suma de renous

– Siguin dos senyals de renou x_{n1} i x_{n2} , el valor quadràtic mig serà

$$X_n^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (x_{n1}(t) + x_{n2}(t))^2 dt = X_{n1}^2 + X_{n2}^2 + \frac{2}{T} \int_0^T x_{n1}(t)x_{n2}(t)dt$$

– Si els senyals de renou no tenen correlació, el valor rms ve donat

$$X_n = \sqrt{X_{n1}^2 + X_{n2}^2}$$

– S'han d'eliminar o minimitzar les fonts de major renou

- Si tenim dues fonts de renou de valors rms $10\mu V$ i $5\mu V$, el renou total (valor rms) és de $11.2\mu V$
- Si reduïm el renou de $10\mu V$ un 13.4% obtenim el mateix resultat que si eliminassim completament el renou de $5\mu V$, és a dir un renou total de $10\mu V$ (rms)

2. Propietats del Renou

- Espectre de renou

- El renou depèn de l'amplada de banda del sistema i d'on es troba la banda dins l'espectre, així definim:
- 1. densitat de potència de renou com la variació de potència de renou amb la freqüència es
 - $e_n^2(f)$ [V²/Hz] per tensions i $i_n^2(f)$ [A²/Hz] per corrents
 - Representen el valor mig de la potència de renou per un ampla de banda de 1Hz en funció de f.
 - Interpretam $e_n^2(f) df$ com la “part” de E_n^2 que està continguda dins la banda de freqüència $[f, f+df]$
- 2. densitats espectrals de renou
 - $e_n(f)$ [V/Hz^{1/2}] per tensions i $i_n(f)$ [A/Hz^{1/2}] per corrents

$$e_n^2(f) = \frac{dE_n^2}{df} \quad \text{o bé} \quad i_n^2(f) = \frac{dI_n^2}{df} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} E_n^2 = \left[\int_{f_L}^{f_H} e_n^2(f) df \right] & \text{o bé} \quad E_n = \left[\int_{f_L}^{f_H} e_n^2(f) df \right]^{1/2} \\ I_n^2 = \left[\int_{f_L}^{f_H} i_n^2(f) df \right] & \text{o bé} \quad I_n = \left[\int_{f_L}^{f_H} i_n^2(f) df \right]^{1/2} \end{cases}$$

2. Propietats del Renou

- Soroll Blanc

- La densitat espectral d'aquest soroll és constant per tot l'espectre de freqüències

$$e_n(f) = e_{nw} \quad (\text{constant}) \quad i_n(f) = i_{nw} \quad (\text{constant})$$



$$E_n^2 = \left[\int_{f_L}^{f_H} e_n^2(f) df \right]$$

$$E_n^2 = e_{nw}^2 (f_H - f_L) \Rightarrow E_n = e_{nw} \sqrt{f_H - f_L}$$

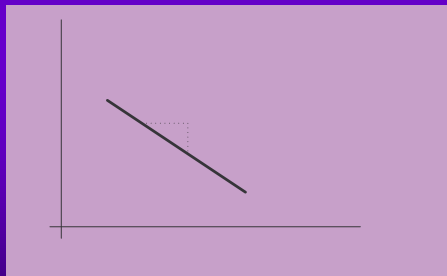
$$I_n^2 = i_{nw}^2 (f_H - f_L) \Rightarrow I_n = i_{nw} \sqrt{f_H - f_L}$$

La potència de soroll és proporcional a l'amplada de banda

2. Propietats del Renou

- Soroll Rosa

- La densitat de potència d'aquest soroll és inversament proporcional a la freqüència



$$E_n^2 = \left[\int_{f_L}^{f_H} e_n^2(f) df \right]$$

$$e_n^2(f) = \frac{K_v^2}{f} \Rightarrow E_n^2 = K_v^2 \ln(f_H/f_L)$$

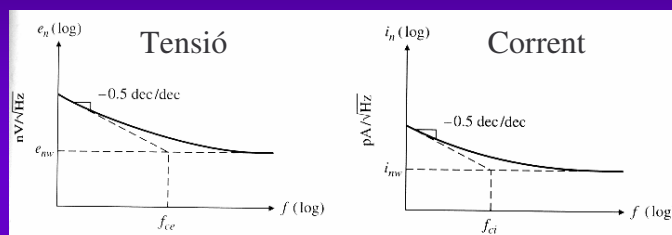
$$i_n^2(f) = \frac{K_i^2}{f} \Rightarrow I_n^2 = K_i^2 \ln(f_H/f_L)$$

Com $e_n(f)$ va com $K/f^{1/2}$ si dibuixam $e_n(f)$ en una gràfica log-log llavors tendrem una recta amb pendent - 0.5 dec/dec

2. Propietats del Renou

- Renou als circuits integrats

- Mescla de soroll blanc i soroll rosa



uA741

$$e_{nw} = 23 \text{ nV/Hz}^{1/2}$$

$$f_{ce} = 200 \text{ Hz}$$

$$i_{nw} = 0.6 \text{ pA/Hz}^{1/2}$$

$$f_{ci} = 2 \text{ kHz}$$

LT1028 (low noise OpAmp)

$$e_{nw} = 0.9 \text{ nV/Hz}^{1/2}$$

$$f_{ce} = 4 \text{ Hz}$$

$$i_{nw} = 1 \text{ pA/Hz}^{1/2}$$

$$f_{ci} = 250 \text{ Hz}$$

$$e_n^2(f) = e_{nw}^2 \left(\frac{f_{ce}}{f} + 1 \right) \quad i_n^2(f) = i_{nw}^2 \left(\frac{f_{ci}}{f} + 1 \right)$$

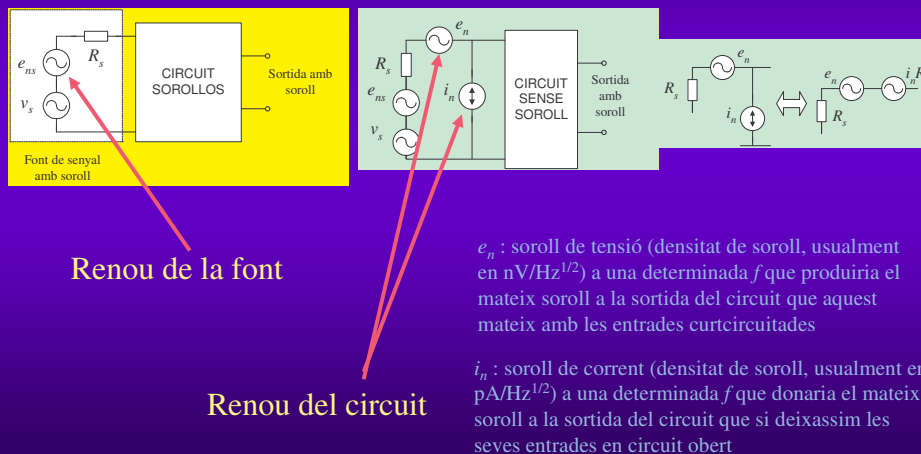
$$E_n = e_{nw} \sqrt{f_{ce} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + f_H - f_L}$$

$$I_n = i_{nw} \sqrt{f_{ci} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + f_H - f_L}$$

En general, per limitar renou es limita l'ampla de banda al mínim necessari

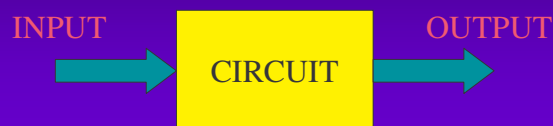
2. Propietats del Renou

- Primer model de renou als circuits
 - Podem representar els diferents sorolls dins del circuit referint-los a un soroll equivalent a l'entrada del circuit, i considerant el circuit com a ideal sense soroll



3. Renou en dinàmica

- ¿Què val el valor rms de renou a la sortida d'un circuit coneguda la densitat de renou a l'entrada?



- Si el sistema presenta entrada en tensió i sortida en tensió

$$E_{no} = \sqrt{\int_0^{\infty} e_{no}^2(f) df} = \sqrt{\int_0^{\infty} |A_n(jf)|^2 e_{ni}^2(f) df}$$

- Si el sistema presenta entrada corrent sortida tensió (amp. Transimpedància)

$$E_{no} = \sqrt{\int_0^{\infty} e_{no}^2(f) df} = \sqrt{\int_0^{\infty} |Z_n(jf)|^2 i_{ni}^2(f) df}$$

3. Renou en dinàmica

- Ampla de banda equivalent de renou (NEB)

- Analitzem un filtre RC de primer ordre, amb renou blanc

$$E_{no} = \sqrt{\int_0^{\infty} e_{nw}^2 \frac{df}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} = e_{nw} \sqrt{\frac{\pi f_0}{2}} = e_{nw} \sqrt{1.57 f_0}$$

- En general tendriem

$$E_{no} = \sqrt{\int_0^{\infty} e_{nw}^2 |A(jf)|^2 df} = e_{nw} \sqrt{\int_0^{\infty} |A(jf)|^2 df}$$

- Definim ampla de banda equivalent de renou d'un filtre real com l'ampla de banda d'un filtre ideal (B_n) que té com a sortida el mateix valor quadràtic mig de tensió quan l'entrada és renou blanc i el guany del filtre és igual al valor màxim del filtre no ideal (A_0).

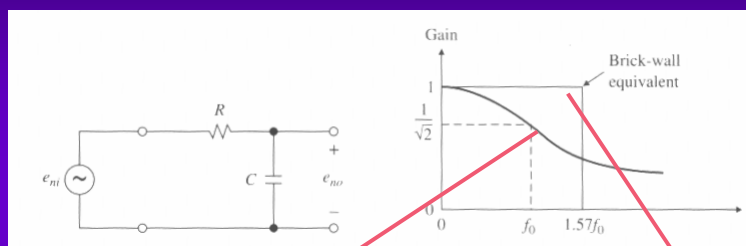
$$E_{no} = \sqrt{\int_0^{B_n} e_{nw}^2 A_0^2 df} = e_{nw} A_0 \sqrt{B_n}$$

$$B_n = \frac{1}{A_0^2} \int_0^{\infty} |A(jf)|^2 df$$

Al cas del filtre RC de primer ordre $B_n = 1.57 f_0$

3. Renou en dinàmica

- Al cas del filtre de primer ordre $B_n = 1.57 f_0$



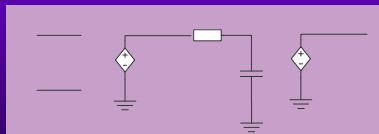
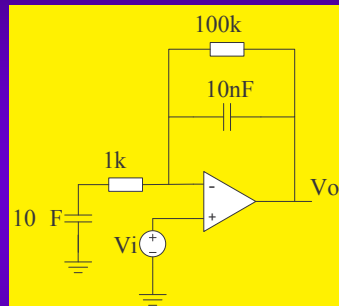
$$E_{no}^2 = \int_0^{\infty} e_{nw}^2 \left| \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \right|^2 df$$

$$E_{no}^2 = \int_0^{\infty} e_{nw}^2 |A_{ideal}|^2 df = \int_0^{B_n = 1.57 f_0} e_{nw}^2 df$$

Per NEB definició : Les àrees baix les dues corbes han de ser la mateixa

3. Renou en dinàmica

- Exemple de càlcul de NEB mitjançant simulació (SPICE)

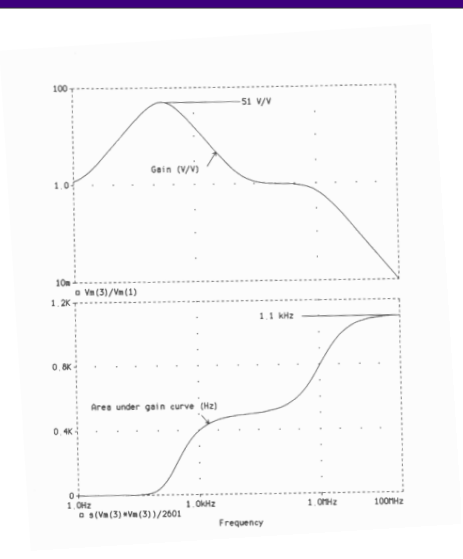


```

Vi 1 0 ac 1V
C1 0 4 1u
R1 4 2 1k
R2 2 3 100k
C2 2 3 10n
EAO 5 0 1 2 100k (guany ao=100k)
Req 5 6 1meg
Ceq 6 0 15.72n (f0a0=10Hz)
EBUF 3 0 6 0 1
Rx 1 0 1k (evita nodes flotants)
.AC DEC 10 1Hz 100MEG
.END
    
```



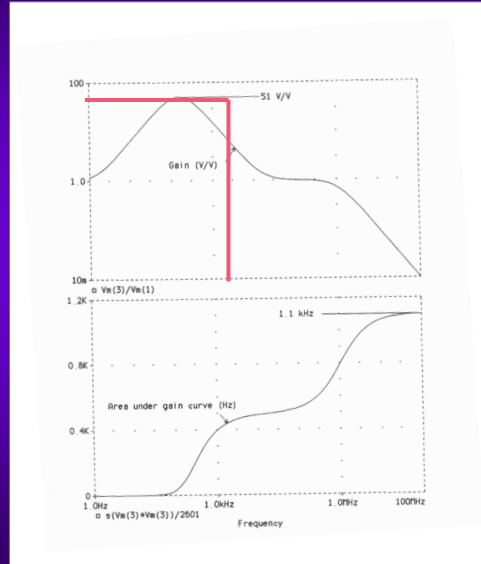
3. Renou en dinàmica



- 1- representam funció transferència
- 2- determinam valor màxim
– 51 en aquest cas
- 3- aplicam definició de NEB : representam la integral de la funció de transferència dividint pel quadrat del guany màxim
– Quadrat = 2601
– Valor NEB = 1.1kHz

V_o
V₆

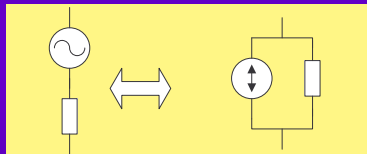
3. Renou en dinàmica



4. Fonts de soroll

- Renou tèrmic

- També conegut com a soroll de Johnson, és present en tots els components passius resistius, i la seva causa és el moviment tèrmic aleatori dels portadors.
- És un soroll blanc amb densitat espectral de potència constant $e_R^2 = 4KTR$ ($K = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$) $i_R^2 = 4KT/R$



- Podem calcular el valor rms del soroll tèrmic d'una resistència a 25°C dins un marge de freqüències f_L , f_H com

$$E_R(\text{rms}) = [4KTRBW]^{1/2} \xrightarrow{T=25^\circ\text{C}} 1.28 \cdot 10^{-10} (RBW)^{1/2}$$

$$BW = f_H - f_L$$

- $R=100\text{k}\Omega$, BW d'audio, $E_R=5.7\mu\text{V}$ i $I_R=57\text{pA}$

4. Fonts de soroll

- Shot noise (renou de dispar)

- Es produeix quan una càrrega travessa una barrera de potencial, com les existents a diodes o transistors.
- Com aquest és un procés purament aleatori i microscòpic, a escala macroscòpica dona lloc a un corrent de soroll, amb una densitat de potència uniforme

$$i_{sh}^2 = 2qI \Rightarrow I_{sh}(\text{rms}) = (2qI BW)^{1/2}$$

- Ex: Calculem el SNR del corrent d'un diode I_D en un ample de banda de 100 kHz, quan (a) $I_D = 1 \mu\text{A}$, (b) $I_D = 1 \text{ nA}$

$$\begin{aligned} \text{(a) } I_n &= [2 \times 1.6 \cdot 10^{-19} \times 1 \cdot 10^{-6} \times 1 \cdot 10^5]^{1/2} = 0.18 \text{ nA} \\ \text{SNR} &= 20 \log \frac{1 \mu}{0.18 \text{ n}} = 74.9 \text{ dB} \\ \text{(b) } I_n &= [2 \times 1.6 \cdot 10^{-19} \times 1 \cdot 10^{-9} \times 1 \cdot 10^5]^{1/2} = 5.66 \text{ pA} \\ \text{SNR} &= 20 \log \frac{1 \text{ n}}{5.66 \text{ p}} = 44.9 \text{ dB} \end{aligned}$$

4. Fonts de renou

- Soroll Flicker

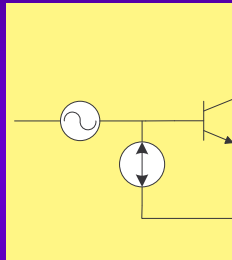
- Està present a tots els dispositius, i depèn del tipus de dispositiu
- Sempre s'associa a un corrent continu I in presenta una densitat de potència del tipus $1/f$.

$$i_n^2 = K \frac{I^a}{f}$$

- K coeficient del soroll de flicker
- a exponent del soroll de flicker (rang $1/2$, 2)
- I corrent continu
- A components passius, com resistències de carbó, també pot aparèixer simultàneament amb renou tèrmic (s'anomena renou d'excés)

4. Fonts de renou

- Renou a transistors bipolars (BJT)



$$e_n^2 = 4KT \left(r_b + \frac{1}{2g_m} \right)$$

Renou tèrmic a r_b

Renou Shot del corrent de col·lector referit a l'entrada

$$i_n^2 = 2q \left(I_B + K_1 \frac{I_B^a}{f} + \frac{I_C}{|\beta(jf)|^2} \right)$$

Renou Shot del corrent de base

Renou Shot del corrent de col·lector reflectat a entrada

Renou flicker del corrent de base

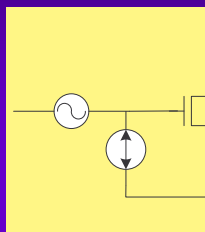
C

e_n

B

4. Fonts de renou

- Renou a transistors MOS



$$e_n^2 = 4KT \frac{2}{3g_m} + K_4 \frac{1}{WLf}$$

Renou tèrmic resistència del canal

Renou flicker

$$i_n^2 = 2qI_G$$

Renou shot (menyspreable a temperatura ambient)

4. Fonts de renou

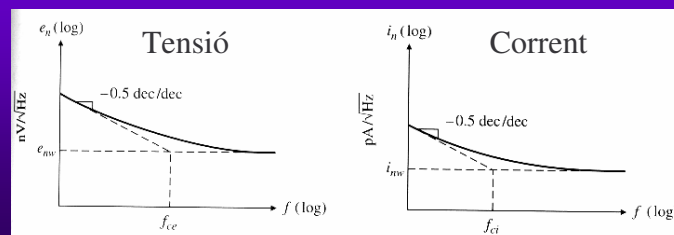
- Model de renou en SPICE

- Spice considera

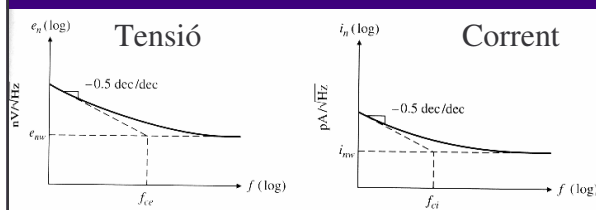
- Renou tèrmic a les resistències
- Shot noise i flicker noise a cada díode i transistor

- Per circuits necessitam macromodels

- Objectiu reproduir corbes de renou tipus circuit
 - Emprarem el model de spice de renou per un díode

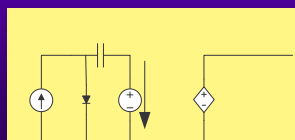


4. Fonts de renou



- A un díode, SPICE considera

$$i_d^2 = KF \frac{I_D^{AF}}{f} + 2qI_D = 2qI_D \left(1 + \frac{KF \cdot I_D^{AF-1}}{2q} \right)$$



$$e_n^2(f) = e_{nw}^2 \left(\frac{f_{ce}}{f} + 1 \right)$$

$$i_n^2(f) = i_{nw}^2 \left(\frac{f_{ci}}{f} + 1 \right)$$

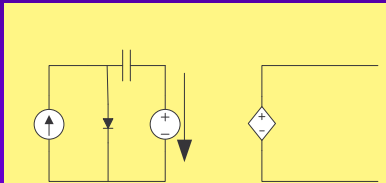
$$I_D = \frac{i_{nw}^2}{2q}$$

$$KF = 2qf_c$$

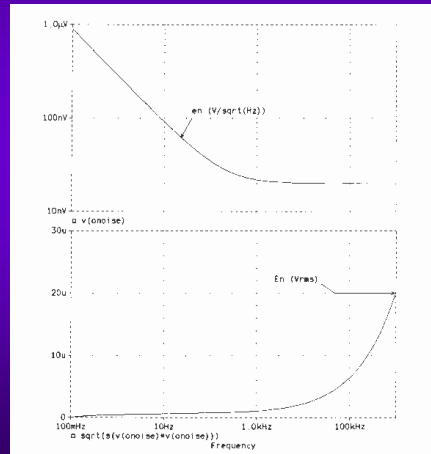
$$f_c = KF \cdot \frac{I_D^{AF-1}}{2q}$$

4. Fonts de renou

- Aplicació : generació d'un renou a partir de un díode



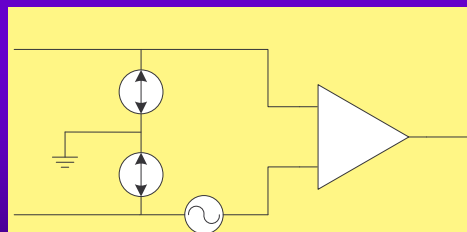
```
ID 0 1 dc 3.12ua
D 1 0 dnoise
.model dnoise d (KF=6.41e-17, AF=1)
C 1 2 1gF
VS 2 0 dc 0
HE 3 0 vs 20k
Rx 3 0 1
.ac dec 10 0.1 1meg
.noise v(3) vs 10
.end
```



1GF

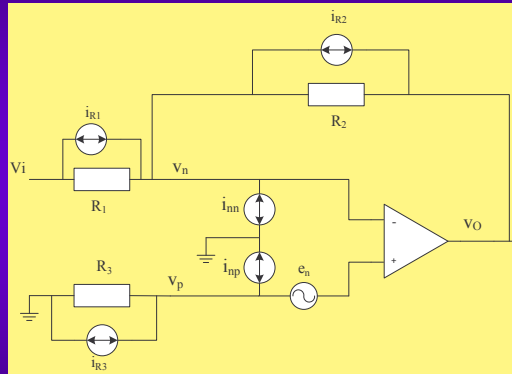
5. Renou a amplificadors operacionals

- El model de renou a un amplificador contempla:
 - Renou d'offset d'entrada
 - Renou de polarització, offset de corrent



5. Renou amplificadors operacionals

- Exemple d'aplicació: un amplificador no inversor



- Calculem
 - Contribució dels renous a la sortida (valor rms)
 - Relació SNR

5. Renou a amplificadors operacionals

4. Fonts de renou

A un díode, SPICE considera