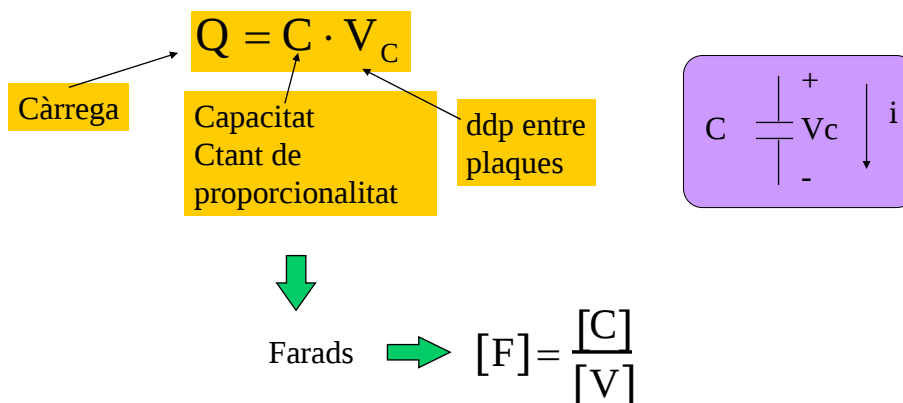


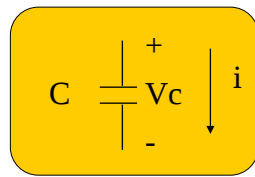
TEMA 4: CONDENSADOR, BOBINA I TRAFO IDEAL

- **Condensador i capacitat**
 - Característica I-V. Linealitat i condició inicial
 - Associació de condensadors: sèrie i paral.lel
 - Energia enmagatzemada en un condensador
- **Bobina o inductància**
 - Característica I-V. Linealitat i condició inicial
 - Associació de bobines: sèrie i paral.lel
 - Energia enmagatzemada en una bobina
- **Acoblament de bobines : inducció mútua**
 - Transformador i transformador ideal

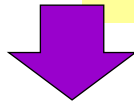
Condensador i Capacitat

- Def: Un condensador és un component elèctric que té la propietat d'enmagatzemat càrrega elèctrica





$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(C \cdot V_C)}{dt} = C \frac{dV_C}{dt}$$



$$Idt = CdV_C \Rightarrow dV_C = \frac{1}{C} Idt \Rightarrow \int_{V_{c0}}^{V_c(t)} dV_C = \int_0^t \frac{Idt}{C}$$

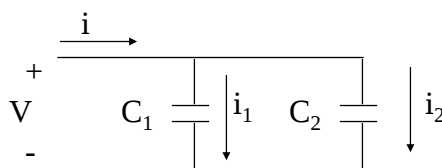
$$V_C(t) = V_{c0} + \frac{1}{C} \int_0^t I(t)dt \quad \text{Forma integral}$$

$$I = C \frac{dV_C}{dt} \quad \text{Forma derivada}$$

- * Si $V_C = \text{ctant}$, llavors $I=0$
(el condensador en continua es comporta com un circuit obert)
- * Si V_C variàs de forma discontinua, llavors I hauria de ser infinita
(impossible, la tensió en un condensador varia de forma continua)

Associació de condensadors I

Paral.lel



$$I_1 = C_1 \frac{dV}{dt}$$

$$I_2 = C_2 \frac{dV}{dt}$$

$$I = I_1 + I_2 = C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{dV}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dV}{dt}$$

Per tant

$$C_{EQ} = C_1 + C_2$$

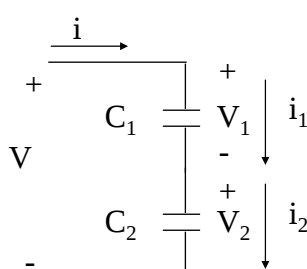
I en general

$$C_{EQ} = \sum_{i=1}^N C_i$$

El condensador equivalent d'una associació de condensadors en paral.lel presenta una capacitat igual a la suma de les capacitats de cada un d'ells

Associació de condensadors II

Sèrie



$$I_1 = C_1 \frac{dV_1}{dt} \quad I_2 = C_2 \frac{dV_2}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV_1}{dt} + \frac{dV_2}{dt} = \frac{I_1}{C_1} + \frac{I_2}{C_2} = \frac{I}{C_1} + \frac{I}{C_2} = I \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

Per tant

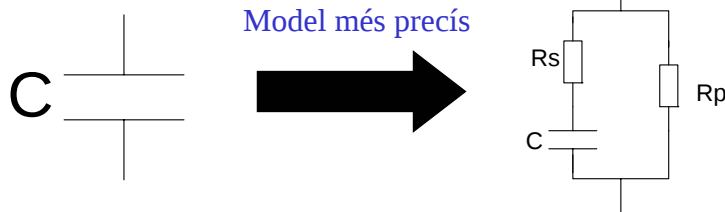
$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

I en general

$$\frac{1}{C_{EQ}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

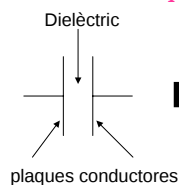
El condensador equivalent d'una associació de condensadors en sèrie presenta una capacitat, llur inversa és igual a la suma de les inverses de les capacitats de cada un d'ells

Condensador Real



R_s - resistència que modela les pèrdues per contacte- 10Ω

R_p - resistència que modela les fuites en el dielèctric - $1G\Omega$



El valor de capacitat depèn de :
-tipus de dielèctric
-geometria del condensador

Si V_c augmenta per damunt d'un límit (valor llindar) es pot perforar el dielèctric i destruir el condensador

Energia emmagatzemada en un condensador

-Sigui un condensador descarregat que es carrega fins a una tensió V_a en un temps t_a .

-Relació Potència-Energia

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow \Delta W = \int_0^{t_a} P dt$$

-Resulta

$$\Delta W = \int_0^{t_a} I_C V_C dt = \int_0^{t_a} C \frac{dV_C}{dt} V_C dt = \int_0^{t_a} \frac{C}{2} \frac{d(V_C^2)}{dt} dt$$

-Integrant

$$\Delta W = \frac{1}{2} C V_C^2 \Big|_0^{V_a} = \frac{1}{2} C V_a^2$$

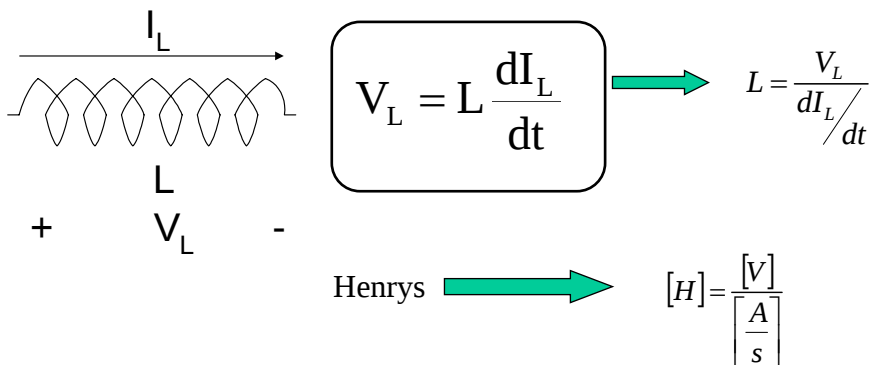
Per tant, en un procés de càrrega, un condensador absorbeix una energia proporcional a C i al quadrat de la tensió final

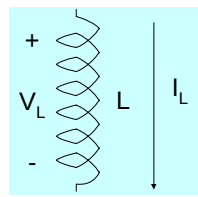
A la descàrrega, es veu com es llibera aquesta energia $\Delta W = -\frac{1}{2} C V_a^2$

Un condensador NO dissipa energia, l'ENMAGAMETZA

Bobina i Inductància

- Def : Una bobina és un component elèctric que té la propietat d'emmagatzemar energia mitjançant la creació d'un camp magnètic quan circula un corrent variable a través seu.





$$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$$



$$V_L dt = L dI_L \Rightarrow dI_L = \frac{1}{L} V_L dt \Rightarrow \int_{I_{L0}}^{I_L(t)} dI_L = \int_0^t \frac{V_L}{L} dt$$

$$I_L(t) = I_{L0} + \frac{1}{L} \int_0^t V_L(t) dt$$

Forma integral

$$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$$

Forma derivada

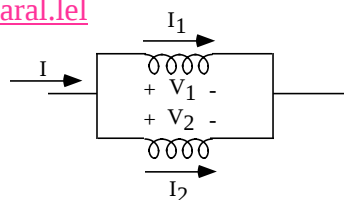
* Si $I_L = \text{ctant}$, llavors $V_L = 0$

(la bobina en continua es comporta com un curtcircuit)

* Si I_L variàs de forma discontinua, llavors V_L hauria de ser infinita (impossible, el corrent en una bobina varia de forma continua)

Associació de bobines I

Paral.lel



$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{V_1}{L_1}$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{V_2}{L_2}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V_1}{L_1} + \frac{V_2}{L_2} = V \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

Per tant

$$\frac{1}{L_{EQ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

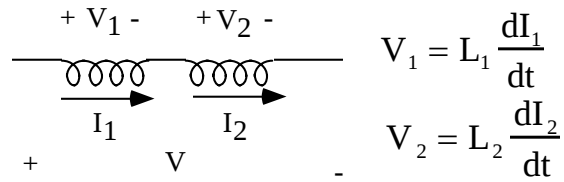
I en general

$$\frac{1}{L_{EQ}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

La bobina equivalent d'una associació de bobines en paral.lel presenta una inductància llur inversa és igual a la suma de les inverses de les inductàncies de cada una d'elles

Associació de bobines II

Sèrie



$$V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

$$V = V_1 + V_2 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

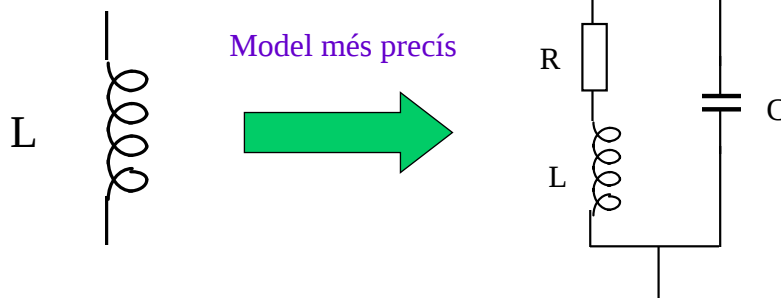
$$V = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

Per tant $L_{EQ} = L_1 + L_2$ I en general

$$L_{EQ} = \sum_{i=1}^n L_i$$

La bobina equivalent d'una associació de bobines en sèrie presenta una inductància igual a la suma de les inductàncies de cada una d'elles

Bobina Real



R modela la resistència del fil
 C modela la capacitat de les espines
 L valor nominal de l'element

Energia enmagatzemada en una bobina

-Sigui una bobina que passa de $t=0$ $I=0$ a $I=I_a$ en un temps t_a

-Relació Potència-Energia $P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow \Delta W = \int_0^{t_a} P dt$

-Resulta
$$\Delta W = \int_0^{t_a} I_L V_L dt = \int_0^{t_a} I_L L \frac{dI_L}{dt} dt = \int_0^{t_a} \frac{L}{2} \frac{d(I_L^2)}{dt} dt$$

-Integrant
$$\Delta W = \frac{1}{2} L I_L^2 \Big|_0^{t_a} = \frac{1}{2} L I_a^2$$

Per tant, en un procés de càrrega, una bobina absorbeix una energia proporcional a L i al quadrat del corrent final

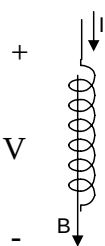
A la descàrrega, es veu com es llibera aquesta energia $\Delta W = -\frac{1}{2} L I_a^2$

Una bobina NO dissipa energia, l'ENMAGAMETZA

Acoblament de bobines. Inducció mutua

Llei de Biot-savart

Quan circula un corrent I per una bobina, es crea un camp magnètic B , proporcional al corrent i al nombre d'espores de la bobina



$$B(t) = \alpha N I(t)$$

Fluxe magnètic

El camp B , a través de les espores dona lloc a un fluxe proporcional al camp magnètic i al nombre d'espores

$$\phi(t) = \beta N B(t) = \alpha \beta N^2 I(t) = K N^2 I(t)$$

Llei de Faraday

Si el fluxe varia amb el temps, s'indueix una tensió V , igual a la derivada (variació) del fluxe amb el temps

$$V(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = K N^2 \frac{dI(t)}{dt} = L \frac{dI(t)}{dt}$$

Inducció mutua.

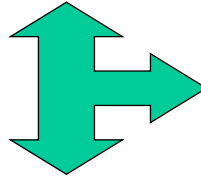
Contribució de I_1 sobre 1 i 2

$$V_1(t) = \frac{d\phi_1}{dt} = K_1 N_1^2 \frac{dI_1}{dt} = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

$$V_2(t) = \frac{d\phi_2}{dt} = \gamma N_1 N_2 \frac{dI_1}{dt} = M \frac{dI_1}{dt}$$

autoinducció

Inducció
mutua



$$V_1(t) = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2(t) = M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

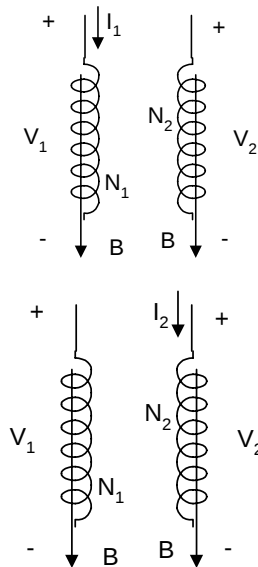
Contribució de I_2 sobre 1 i 2

$$V_1(t) = \gamma N_1 N_2 \frac{dI_2}{dt} = M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2(t) = K_2 N_2^2 \frac{dI_2}{dt} = L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

Inducció
mutua

autoinducció



Transformador : bobines acoblades

Transformador Ideal

Hipòtesi 1 : El fluxe de la bobina 1 atravesava totalment la bobina 2
(K 's i $\gamma = 1$)

$$V_1(t) = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} = K_1 N_1^2 \frac{dI_1}{dt} + \gamma N_1 N_2 \frac{dI_2}{dt} = N_1^2 \frac{dI_1}{dt} + N_1 N_2 \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2(t) = M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = \gamma N_1 N_2 \frac{dI_1}{dt} + K_2 N_2^2 \frac{dI_2}{dt} = N_1 N_2 \frac{dI_1}{dt} + N_2^2 \frac{dI_2}{dt}$$

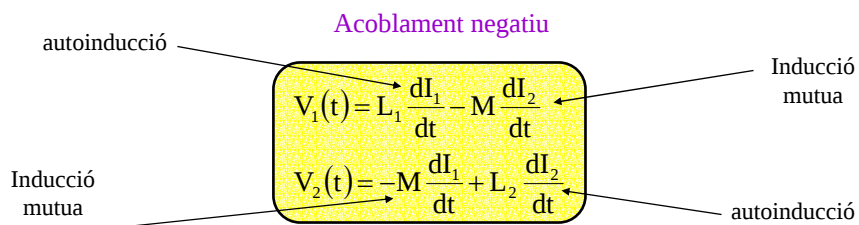
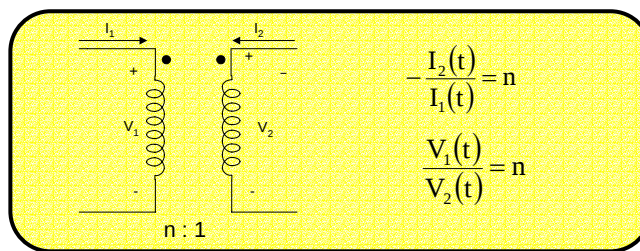
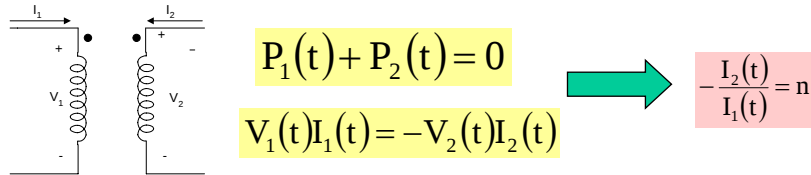
$$\begin{cases} V_1(t) = N_1 \left(N_1 \frac{dI_1}{dt} + N_2 \frac{dI_2}{dt} \right) \\ V_2(t) = N_2 \left(N_1 \frac{dI_1}{dt} + N_2 \frac{dI_2}{dt} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1(t) = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ V_2(t) = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

Transformador : bobines acoblades

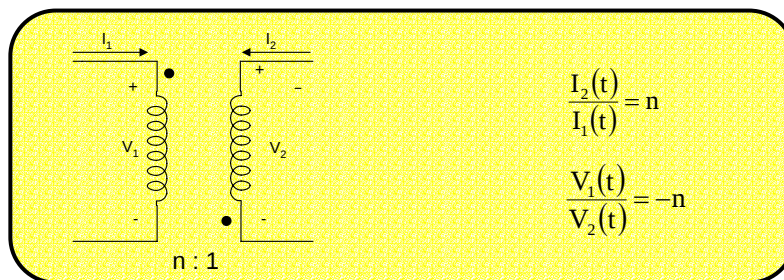
Transformador Ideal

Hipòtesi 2 : Potència instantànea total nul·la. No hi ha pèrdues.

La potència ni s'enmagatzema ni es dissipa, només es transmet



Transformador ideal : acoblament negatiu



Transformador ideal

- Elevador si $V_2 > V_1$
- Reductor si $V_1 > V_2$
- Només funcionen en alterna
 - es basen en llei de Faraday, on es diu que la tensió és proporcional a la variació de fluxe magnètic

Exemples :

- Transformador no ideal i transformador ideal
- Transformador com a element adaptador

